

# LP 06 - Cinématique relativiste

Cléments (DE LA SALLE + COLLÉAUX)

13 mai 2020

## Niveau : L3

## Bibliographie

- ↻ Méca, **BFR** → à lire, askip trop bien
- ↻ Introduction à la relativité restreinte, **Hladik** →
- ↻ **Langlois** →
- ↻ Dictionnaire de la physique, **Taillet**, →
- ↻ Relativité restreinte, base et applications, **Semay**, →
- ↻ Relativité et quantification, **Perez** →
- ↻ Relativité restreinte, de l'astrophysique aux particules, **Ericourgoulhon** →

## Prérequis

- Lois de Newton

## Expériences

- ☛ Expérience de Michelson et Morley
- ☛ Visualisation de l'effet Doppler relativiste sur l'étoile double Albireo
- ☛ Désintégration des muons dans l'atmosphère

## Table des matières

Table des matières	1
<b>1 Principes de la relativité</b>	<b>2</b>
1.1 Incompatibilité entre mécanique classique et électromagnétisme . . . . .	2
1.2 Postulats de la relativité . . . . .	3
1.3 Définitions . . . . .	3
<b>2 Conséquences cinématiques</b>	<b>4</b>
2.1 Notion de simultanéité . . . . .	4
2.2 Dilatation du temps . . . . .	5
2.3 Contraction des distances . . . . .	6
2.4 Composition des vitesses . . . . .	6
<b>3 Autour du boost de Lorentz</b>	<b>7</b>
3.1 Boost de Lorentz . . . . .	7
3.2 Composition des vitesses . . . . .	7
3.3 Invariance . . . . .	8

# 1 Principes de la relativité

Toute cette partie y moyen de la faire passer en intro sinon c'est chaud...

## 1.1 Incompatibilité entre mécanique classique et électromagnétisme

⚡ *Langlois, chap. 1.1*

⚡ *BFR, p.215*

En mécanique classique, lorsqu'un référentiel  $\mathcal{R}'$  est en mouvement rectiligne uniforme à  $\mathbf{v}$  par rapport à un autre référentiel  $\mathcal{R}$ , on peut lier la position d'un objet d'un référentiel à un autre par le boost de Galilée (⚡ *Semay, p.8* si on veut faire proprement le boost de Galilée) :

$$\mathbf{OM} = \mathbf{OM}' + \mathbf{v}t$$

Et donc leurs vitesses

$$\mathbf{u} = \frac{d\mathbf{OM}}{dt} = \mathbf{u}' + \mathbf{v}$$

C'est la vision intuitive qu'on a de la composition des vitesses : lorsque j'avance à  $\mathbf{u}'$  dans un train à  $\mathbf{v}$ , un observateur me voit me déplacer à une vitesse à  $\mathbf{u}' + \mathbf{v}$ . À la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, les équations de Maxwell et l'avènement de l'électromagnétisme indiquent qu'une onde électromagnétique se déplace à une vitesse  $c$ , indépendamment du référentiel choisi. Ceci rentre en contradiction avec la vision précédente.

La mécanique est aussi mise à mal par les résultats de l'expérience de FIZEAU de 1851.

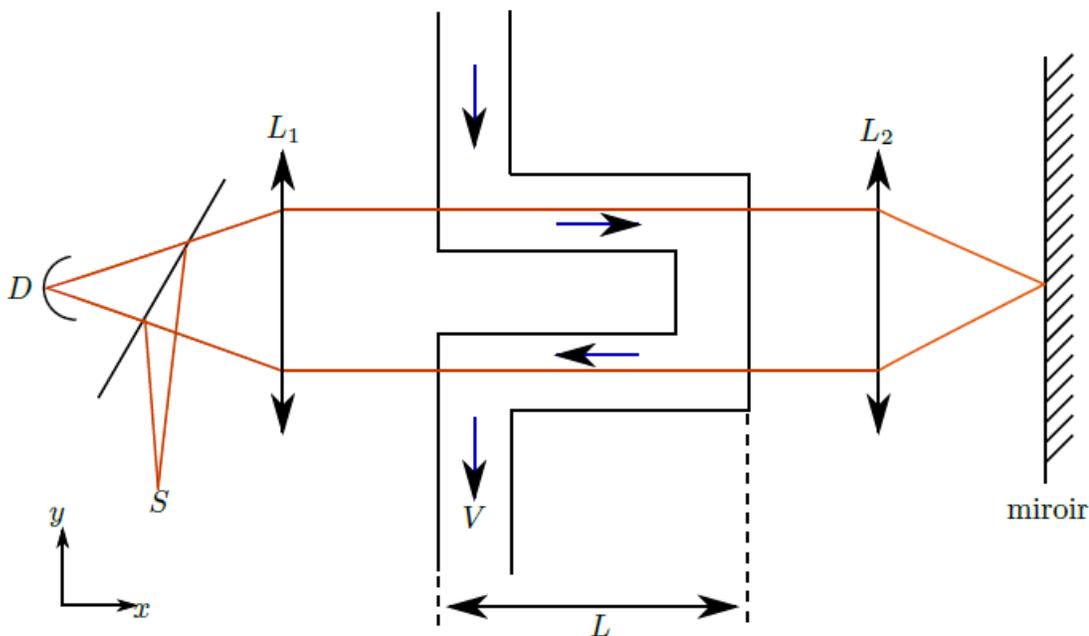


FIGURE 1.1 – Expérience de Fizeau

### Fizeau

Être bien précis sur l'expérience de Fizeau : lumière blanche, contact optique,

L'expérience de Fizeau consiste à faire interférer deux faisceaux lumineux passant par deux bras d'un circuit d'eau. Dans l'un des bras, l'eau circule à la vitesse  $V = V\mathbf{e}_x$ , tandis que dans l'autre bras, l'eau circule à la vitesse  $V = -V\mathbf{e}_x$ . La lumière se déplace à la célérité  $c/n$  dans le référentiel ( $\mathcal{R}_{\text{eau}}$ ) et donc à la célérité  $c^\pm = c/n \pm V$  dans le référentiel

du laboratoire ( $\mathcal{R}_{\text{labo}}$ ) si l'on suppose juste les transformations de Galilée. On s'attendrait alors à un retard de temps de parcours entre les deux faisceaux :

$$\Delta t = 2L \left( \frac{1}{c^-} - \frac{1}{c^+} \right) \simeq 4LV \frac{n^2}{c^2} + \mathcal{O} \left( \left( \frac{V}{c} \right)^2 \right)$$

Ce résultat n'est pas en accord avec ce que trouva Fizeau

$$\Delta t \simeq 4LV \frac{1}{c^2 (n^2 - 1)} + \mathcal{O} \left( \left( \frac{V}{c} \right)^2 \right)$$

On peut aussi parler de l'expérience célèbre de Michelson et Morley ↗ *Semay, p.10* . Les possibilités qui s'offrent aux physiciens de l'époque sont alors les suivantes :

1. Il faut revoir la méca et les lois de Newton
2. Il faut revoir l'électromagnétisme et les équations de Maxwell.

À l'époque, la communauté scientifique penchait pour la première solution, surtout que l'hypothèse d'un référentiel privilégié (l'éther) était populaire (Maxwell s'en est même servi pour ajouter le terme de "courant de déplacement"). Il a donc fallu la tester, et c'est ce qu'ont fait Michelson et Morley dans leur très célèbre expérience d'interférométrie (elle valut à Michelson le prix Nobel en 1907 d'ailleurs).

La sérieuse remise en cause de l'existence de l'éther, grâce à cette expérience, a permis à Einstein de poser les bases de la relativité en modifiant donc les lois de la mécanique telles qu'on les connaissait.

## 1.2 Postulats de la relativité

↗ *Semay, p.14*

↗ *BFR, chap. 13*

↗

1. Les lois de la physique (comme l'équation de d'Alembert pour les ondes lumineuses) sont les mêmes dans tous les référentiels inertiels. C'est une généralisation de la première loi de Newton, cela ne contredit donc pas notre intuition.
2. La vitesse de la lumière est identique dans tous ces référentiels (là par contre c'est totalement contre-intuitif!)

Dans le cadre de l'étude cinématique, nous allons plus particulièrement nous intéresser à ce deuxième point. L'étude des trajectoires se fait plutôt dans le cadre de la dynamique relativiste (autre leçon).

## 1.3 Définitions

- Référentiel : Il s'agit, comme en mécanique classique, d'une origine à laquelle on associe trois axes. La différence c'est qu'on lui ajoute une horloge qui mesure le temps propre dans ce référentiel :

$$\mathcal{R}_{mca}(O, x, y, z) \rightarrow \mathcal{R}_{rel}(O, x, y, z, t)$$

Quand le petit Einstein il a commencé son papier par "on considère dans référentiels auxquels on associe des temps propres  $t$  et  $t'$ ", t'inquiète que les gens étaient pas sereins!

- Espace-temps : Il s'agit de l'espace dans lequel on décrit les évènements.
- Évènement : Il s'agit d'un point de l'espace-temps, repéré par quatre coordonnées  $(x, y, z, t)$ . C'est comme dire "Rendez-vous demain 8h en BU" (mdr ça n'existe pas)

Puisqu'on part sur quelque chose de contre-intuitif, on va essayer au travers d'un exemple simple, de voir ce que ces principes impliquent et pourquoi ils sont cohérents.

## 2 Conséquences cinématiques

### 2.1 Notion de simultanéité

↪ BFR, p.236

En classique, c'est facile, deux évènements qui ont lieu au même temps  $t$  sont dits simultanés... Mais ici puisque la notion même de temps est relative au référentiel considéré, comment adapté la notion d'instantanéité ?

On considère un train de longueur  $L$ , se déplaçant à  $v$  constante. Un observateur situé au centre du train lance deux photons en même temps : le premier photon vers l'avant et le deuxième photon vers l'arrière. On note  $A$  l'évènement d'arrivée du premier photon au bout du train et  $B$  celui du deuxième photon. Ces évènements peuvent être décrits dans le référentiel  $\mathcal{R}'$  du train ou bien dans  $\mathcal{R}$  le référentiel terrestre supposé inertiel (donc celui du train aussi l'est).

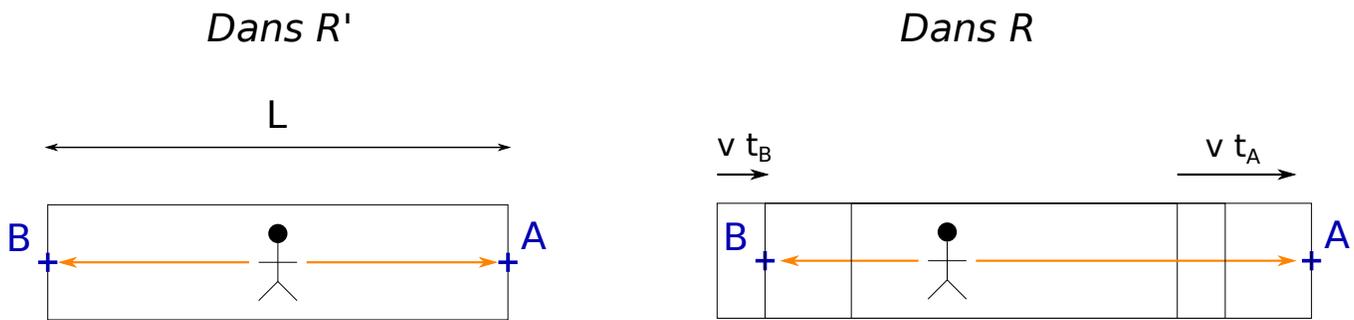


FIGURE 2.1 – Simultanéité en relativité restreinte

— Dans  $\mathcal{R}'$  :

$$t'_A = t'_B = \frac{L/2}{c}$$

Les évènements sont simultanés (l'observateur voit les deux photons arriver à destination en même temps.)

— Dans  $\mathcal{R}$  :

$$t_A = \frac{L/2 + vt_A}{c} \implies t_A = \frac{L/2}{c - v}$$

$$t_B = \frac{L/2 - vt_B}{c} \implies t_B = \frac{L/2}{c + v} \neq t_A$$

Ainsi un observateur situé à l'extérieur du train verra un photon arriver à destination alors que pour l'observateur du train, les deux évènements sont simultanés. Ainsi, la notion même de simultanéité est relative au référentiel d'observation.

On pose alors les variables

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \gamma = \frac{1}{1 - \beta^2}$$

Et on peut ainsi exprimer :

$$t_A - t_B = \frac{\beta\gamma^2}{c} L$$

## 2.2 Dilatation du temps

♣ BFR, p.236

Cette fois-ci, l'observateur lance un photon du sol vers le toit du train et celui-ci rebondit sur un miroir pour revenir à son emplacement initial dans le train.

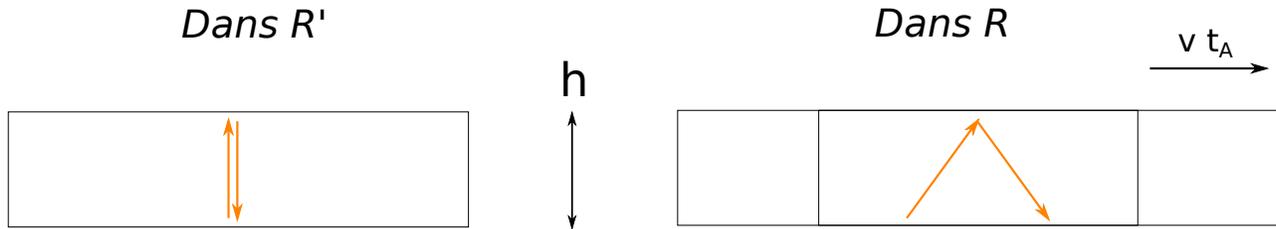


FIGURE 2.2 – Dilatation du temps en relativité restreinte

— Dans  $\mathcal{R}'$  :

$$\Delta t' = \frac{2h}{c}$$

— Dans  $\mathcal{R}$  :

$$(c\Delta t)^2 = (2h)^2 + (v\Delta t)^2 \implies (\Delta t)^2 = \frac{(2h)^2}{c^2 - v^2} = \frac{(\Delta t')^2}{1 - v^2/c^2}$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t' > \Delta t'$$

En voyant cette relation, on pourrait penser naïvement que le temps s'écoule plus lentement en dehors du train. Mais dans le référentiel du train justement, c'est le sol qui bouge à  $\mathbf{v}$ ... Donc le temps doit s'écouler plus lentement dans le train! En fait il n'y a pas de paradoxe : tant que les deux référentiels sont en mouvement l'un par rapport à l'autre, le temps semblera toujours passer plus vite à l'extérieur. Pour pouvoir comparer les évolutions temporelles, il faudrait que les deux référentiels redeviennent immobiles l'un par rapport à l'autre, ce qui suggère une brisure de symétrie (l'un des référentiel au moins ne pourra plus être considéré comme inertiel).

Dans le paradoxe des jumeaux, par exemple, tant que l'un s'éloigne avec sa fusée, il se verra plus jeune, mais l'autre resté sur terre se verra également plus jeune... Quand le jumeau parti revient sur terre, il est pourtant bel et bien plus jeune que son frère. De même il n'y a pas de paradoxe puisque la symétrie du problème a été brisée lors du demi-tour de la fusée.

Ce phénomène est vérifié expérimentalement par exemple dans la désintégration des muons, ou de manière générale celle des particules créées au LHC (♣ *Gourgoulhon, chap. 4, 3.1* )

La vérification expérimentale de la dilatation des durées la plus frappante date de 1963 (Frisch et Smith). Elle consista à déterminer le temps de vie des muons émis par la haute atmosphère. La durée de vie moyenne des muons étant de  $\tau_0 = 2.2 \Delta 10^6$  s (soit une distance moyenne de parcours majorée par  $c\tau_0 = 660$  m) on s'attendrait en physique non relativiste à ce que le flux de muons détecté au niveau de la mer soit au moins 18 fois plus faible qu'à une altitude de 1910 m.

Ceci n'est pas vérifié parce que les muons sont ultra-relativistes et donc dans le référentiel du laboratoire, le muon a un temps de vie moyen bien plus long en vertu de la dilatation du temps. Après avoir sélectionné les muons dont la vitesse est comprise entre  $0.9950c$  et  $0.9954c$ , Frisch et Smith ont mesuré les flux de muons aux deux altitudes mentionnées ci-dessus, et en ont déduit une durée de vie dans le référentiel terrestre de  $\tau = (8.80.8)\tau_0$ , en accord avec le facteur de Lorentz théorique = 8.

## 2.3 Contraction des distances

Si on manque de temps, on pourra balancer les résultats sans refaire de mise en situation.

Cette fois-ci on suppose que l'observateur du train se situe à l'arrière, lance un photon vers l'avant vers un miroir. Le photon est réceptionné à l'emplacement initial. On note  $A$ ,  $B$ ,  $C$  les évènements d'émission du photon, rebond et réception.

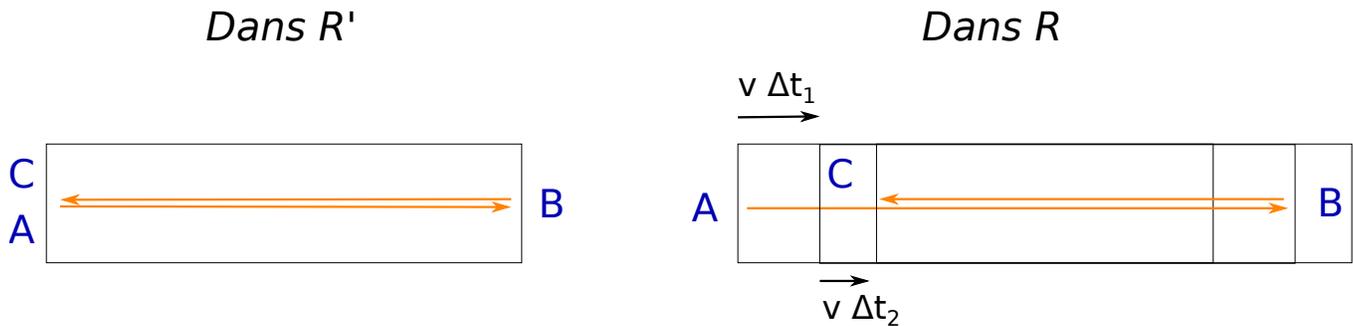


FIGURE 2.3 – Contraction des longueurs en relativité restreinte

— Dans  $\mathcal{R}'$  :

$$2L' = 2c\Delta t' = c(\Delta t'_1 + \Delta t'_2)$$

— Dans  $\mathcal{R}$  :

$$(L + v\Delta t_1) = c\Delta t_1$$

$$(L - v\Delta t_2) = c\Delta t_2$$

$$\implies \Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \gamma^2 \frac{2L}{c}$$

Or  $\Delta t = \gamma\Delta t'$  donc finalement, on a

$$L' = \gamma L \quad L = \frac{1}{\gamma} L' < L'$$

Ainsi, un objet en mouvement paraît contracté vu de l'extérieur. Ceci semble plus naturel, étant donné la dilatation du temps. De même que précédemment on pourrait croire à un paradoxe, vu que chaque observateur voit l'autre référentiel contracté... Ce paradoxe se résout exactement comme le précédent.

**NB** : On parle de **dilatation** du temps et de **contraction** des longueurs car on se place du point de vue de l'observateur dans le train. Cela peut aider à retenir dans quel sens on doit écrire les équations.

## 2.4 Composition des vitesses

🚩 *Langlois*

On fait les calculs qui sont dans le 🚩 *Langlois* et on en profite pour revenir sur l'expérience de Fizeau.

▮ *Maintenant qu'on s'est familiarisé avec les conséquences contre-intuitives de la relativité, on va faire un pas de plus dans le formalisme utilisé afin de décrire plus facilement les phénomènes.*

## 3 Autour du boost de Lorentz

### 3.1 Boost de Lorentz

➤ BFR, chap. 13

On considère un référentiel  $\mathcal{R}'$  en translation rectiligne uniforme par rapport à  $\mathcal{R}$  à la vitesse  $\mathbf{v}$  suivant l'axe  $x$ . En mécanique classique, on peut exprimer la transformation des coordonnées comme suit :

$$\begin{aligned}x &= vt + x' \\ t &= t'\end{aligned}$$

Suivant les considérations précédentes, on peut lier les coordonnées dans chacun des référentiels :

$$\begin{aligned}x &= vt + \frac{1}{\gamma}x' \\ x' &= -vt' + \frac{1}{\gamma}x\end{aligned}$$

En effet,  $\mathcal{R}$  voit  $\mathcal{R}'$  partir à  $\mathbf{v}$ , tandis que  $\mathcal{R}'$  voit  $\mathcal{R}$  partir à  $-\mathbf{v}$ . Chaque référentiel voit l'autre contracté, comme expliqué précédemment d'où le facteur  $1/\gamma$ .

On peut également réécrire (en utilisant  $ct$  plutôt que  $t$ )

$$\begin{aligned}ct' &= \gamma ct - \beta\gamma x \\ x' &= -\beta\gamma ct + \gamma x\end{aligned}$$

On peut écrire ça sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

C'est ce qu'on appelle un **boost de Lorentz**, on pose :

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix}$$

On remarque alors que

$$\Lambda^{-1} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma \\ \beta\gamma & \gamma \end{pmatrix}$$

Le boost de Lorentz est l'outil mathématique pour traduire la relation entre les vitesses dans deux référentiels. Nous n'avons fait aucune hypothèse sur ces référentiels, cette relation est **valable pour tout référentiel** et le boost de Lorentz est universel!

Ce qui est logique puisque la transformation inverse consiste à prendre  $-\mathbf{v}$  plutôt que  $\mathbf{v}$ .

De plus, on retrouve bien les formules de transformation de Galilée lorsque l'on choisit  $\beta \ll 1$ .

▮ Dès lors qu'on a ça, on est en mesure d'écrire une nouvelle loi de composition des vitesses.

### 3.2 Composition des vitesses

Soit un objet se déplaçant à  $\mathbf{u}' = \frac{x'}{t'}$  dans  $\mathcal{R}'$ , cherchons l'expression de sa vitesse dans  $\mathcal{R}$  :

$$u = \frac{x}{t} = c \frac{x}{ct} = c \frac{\beta ct' + x'}{ct' + \beta x'}$$

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

Remarques :

- On retrouve bien la composition classique des vitesses vue en intro lorsque  $\beta \ll 1$ .
- Si  $u' = c$  (un photon), on retrouve alors  $u = c$ , donc la vitesse de la lumière est bien indépendante du référentiel (encore heureux, vu qu'on a tout construit autour de ça).
- On peut faire un retour sur l'expérience de FIZEAU

### 3.3 Invariance

On peut montrer également que lors d'une transformation de Lorentz, une grandeur est conservée. Il s'agit du **carré relativiste** défini par :

$$(\Delta s)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$$

Alors cet élément de l'espace-temps est conservé au cours d'une transformation de Lorentz :

$$(\Delta s)^2 = (\gamma c\Delta t' + \beta\gamma\Delta x')^2 - (\beta\gamma\Delta t' + \gamma\Delta x')^2 = (\Delta s')^2$$

Remarques :

- Comme le boost de Lorentz représente la transformation des vitesses pour deux référentiels random, le carré relativiste est carrément invariant par changement de référentiel!
- Cette invariance est liée à l'invariance de l'équation de d'Alembert électromagnétique (on le devine dans la forme), on aurait pu partir de là et déduire les postulats de départ!
- Pour un photon, on a  $\Delta s = 0$ , ce qui se traduit par des droites à  $45^\circ$  sur le diagramme de Minkowski. Parler un peu de ce diagramme et du cône de lumière...

Oral

Si y a du temps on peut se faire l'effet Doppler relativiste ([🔗 LP07](#)) ou le paradoxe du train dans le tunnel

## Questions

## Commentaires

- Expérience de Kennedy pour montrer que la vitesse de la lumière ne dépend pas du référentiel (un Michelson de deux bras de longueurs différentes sur tout le long de l'année)
- Écrire les deux changements des vitesses (Lorentz, Gallilée) de la même manière pour faire le parallèle
- Besoin d'avoir  $c$  indépendant du ref pour avoir les transfo de Lorentz? Non, on est pas obligé de parler de  $c$  indépendant du ref pour avoir Lolo (il faut juste les lois de la Physique indépendantes du ref)! Articles de Mermin (du Ashcroft et Mermin) et de Lévy-Leblond
- Pourquoi les transfos de Lorentz c'est forcément linéaire?
- La somme de deux vitesses donne une vitesse inférieure à la somme mais surtout inférieure à  $c$
- L'invariant relativiste est arrivé avant les transfos de Lorentz, que l'on a définies pour que ça conserve  $\Delta s^2$
- Être au taquet sur les jumeaux de Langevin et les diagrammes  $(x, t)$

Autres expériences qui montrent l'insuffisance de la mécanique classique ?

Démonstration de la non-invariance des équations de Maxwell par transformation de Galilée.

Autres transformations que la transformation de Lorentz qui satisfont à la RR ?

Comment est déterminée la vitesse de la lumière ? Bien détaillé dans 'Relativité restreinte' de Simon.

Cube en mouvement à une vitesse proche de  $c$ , que se passe-t-il ?

Qu'est-ce que l'expérience de Michelson et Morley ? Que voulaient-ils observer ? Quelle a été leur conclusion ? — Est-ce qu'il y a seulement les transformations de Lorentz qui conservent l'intervalle d'espace-temps ? — Comment retrouve-t-on les transformations de Galilée comme limite non relativiste des transformations de Lorentz ? (il ne suffit pas d'avoir

petit) — Qu'est-ce que le paradoxe des jumeaux ? Comment se résout-il ? — Est-il théoriquement possible de traverser la galaxie en une vie humaine ? Et dans la pratique ? — En quoi est-ce que l'effet Doppler relativiste est un effet du second ordre ? — La norme de la vitesse de la lumière est identique dans tous les référentiels galiléens, qu'en est-il de sa direction de propagation ? — Quelle est la conséquence de cet effet sur l'observation d'une étoile (aberrations de la lumière) ? — Dans l'expérience du temps de désintégration des muons, d'où viennent les muons ? Comment sont-ils détectés ?

Quelle est la particularité des ondes lumineuses par rapport aux autres ondes ? Vis-à-vis de la constance de  $c$  ? (je n'ai pas trop compris le sens de cette question). Existe-t-il une grandeur invariante par transformation de Lorentz ? (carré de l'intervalle relativiste). Quel est l'intérêt de cet invariant et sa signification physique concrète ? Connaissez-vous le paradoxe des jumeaux ? Pouvez-vous expliquer en quelques mots ce paradoxe et le lever ? Pouvez-vous donner les grandes lignes de la démonstration permettant d'aboutir à la transformation de Lorentz ? Existe-t-il une distinction entre le caractère homogène et le caractère absolu du temps ? Plus précisément, le caractère absolu entraîne-t-il le caractère homogène ? (rires du jury qui a précisé que ça pourrait être un bon sujet de philosophie). Vous avez donné une valeur numérique de  $c$  : comment cette valeur est-elle déterminée expérimentalement aujourd'hui ? Les systèmes atomiques sont-ils soumis à la notion de temps propre ? Dans quels systèmes d'utilisation courante utilise-t-on des horloges atomiques ? (GPS). Concernant les détecteurs de muons, y a-t-il une condition sur le déclenchement du comptage ? (pas compris). Vous avez donné des dates tout au long de la leçon, pouvez-vous préciser quand a été établie la transformation de Lorentz, par rapport aux travaux d'Einstein ? Pourquoi on ne l'appelle pas la transformation d'Einstein ? (apparemment, l'expression mathématique de la transformation de Lorentz a vu le jour avant Einstein, mais n'a été interprétée physiquement qu'ensuite).

Détaillez le calcul de Michelson et Morley ? But premier de l'expérience de Fizeau ? Fonctionnement des détecteurs de muons dans l'expérience de Frisch et Smith ? Comment synchroniser deux montres dans un même référentiel ? Dans quel cas nous pouvons rencontrer la dilatation du temps ?

Fonctionnement du GPS ? Corrections relativistes ? Précision ? — Qu'est-ce qu'une horloge atomique ? Pourquoi veut-on mesurer le temps aussi précisément ? Définition de la seconde ? Qu'est-ce que l'on fait de mieux pour mesurer le temps ? — Plusieurs questions historiques : apports de Poincaré, Lorentz, Einstein, Fitzgerald ? — Questions historiques sur l'expérience de Michelson : date, précision, précautions expérimentales ? Ré-expliquer la rotation du Michelson de 90. Pourquoi prendre la vitesse de la Terre par rapport au système solaire pour le calcul ? Et si l'éther était lié au référentiel terrestre ? Fait-on encore ce genre d'expérience actuellement ? — Dynamique relativiste ? Quadri-vecteurs ? PFD relativiste ? Existe-t-il toujours des vecteurs (pas quadri) en relativité restreinte ? Existe-il l'équivalent d'une deuxième loi de Newton pour définir les référentiels d'inertie en relativité ? Autres manifestations de la contraction des longueurs / dilatation du temps ? — Propriétés d'un muon en tant que particule ? Comment expliquer l'écart entre la valeur mesurée et le flux de muon que vous avez calculé avec la correction relativiste ? La seule source d'incertitude est-elle sur le rapport  $v/c$  ? Quelles énergies en jeu au CERN ? — Quelle jauge est invariante de Lorentz ? Intérêt ? Peut-on retrouver la contraction des longueurs à partir du quadri-vecteur source  $(/c, j)$  ? Peut-on retrouver la perte de simultanéité sans les transfo de Lorentz ? Faites un dessin. — Paradoxe des jumeaux ? Est-ce que c'est vraiment à cause des phases d'accélération que l'on ne peut pas appliquer les transformations de Lorentz à la fusée ? Est-ce que ça a été réalisé en vrai ? — Expliquer les résultats sur le périhélie de Mercure, ordres de grandeur ? Où intervient la relativité ? — Effet Doppler ? Effet Doppler relativiste ? Effet Doppler transverse en mécanique classique ? Cet effet a-t-il été mesuré ? Sur quels systèmes ?