

# LP36 - Diffraction par des structures périodiques

Cléments (DE LA SALLE et COLLÉAUX)

15 juin 2020

## Niveau : L3

## Bibliographie

*Optique*, **Houard**

*Physique de l'état solide*, **Kittel**  
vidéo CD

*Physique tout-en-un PC éd.4*, **Sanz**  
site avec des schémas et des photos  
Cours de matière condensée

Réseaux de diffraction p. 315

Rappels de cristallographie et diffraction sur un cristal p.3

Chap.22 partie 3 (p.778)

## Prérequis

- Interférence à deux ondes
- Diffraction de Fraunhofer
- Principe de Huygens-Fresnel
- $\mathcal{TF}$
- Notions de cristallographie

## Expériences

- ☞ Diffraction avec CD
- ☞ Diffraction d'une lampe Hg
- ☞ Mesure du doublet du sodium
- ☞ Mesure du param. de maille graphite

## Table des matières

Table des matières	1
<b>1 Réseaux plans unidimensionnels</b>	<b>2</b>
1.1 Généralités . . . . .	2
1.2 Diffraction . . . . .	3
<b>2 Spectromètre à réseau</b>	<b>5</b>
2.1 Dispersion . . . . .	5
2.2 Pouvoir de résolution . . . . .	5
2.3 Limitations réelles . . . . .	6
<b>3 Diffraction des rayons X par une structure cristalline</b>	<b>7</b>
3.1 Rappels . . . . .	7
3.2 Formulations de Bragg et de von Laue . . . . .	7
3.3 Méthode de Debye-Scherrer . . . . .	9

## Introduction

Cette leçon est la suite logique des leçons précédentes sur les interférences à 2 ondes et la diffraction de Fraunhofer.

### Expérience : Mise en évidence de la diffraction avec un DVD

🔗 Un DVD!

⌚ 44 secondes

Montrer un DVD au jury. On peut voir une irisation (décomposition du spectre) de la lumière ambiante : la lumière est diffractée par les sillons gravés sur le DVD. L'ensemble de ces sillons de largeur d'ordre du demi-micron forme un réseau de diffraction.

À travers cette observation on sait maintenant que la diffraction sur une structure périodique permet d'obtenir le spectre de la lumière incidente. On peut tirer deux applications majeures de cette observation.

La première, appelée *spectroscopie*, étudie le spectre obtenu par diffraction sur une structure connue parfaitement. L'étude du spectre permet alors de remonter aux propriétés de la lumière incidente et de sa source. Cela fera l'objet de la première application étudiée dans cette leçon. La deuxième application raisonne dans l'autre sens : si on connaît parfaitement la lumière incidente et son spectre, alors l'étude de la figure de diffraction permet de remonter aux propriétés de la structure diffractante. Si l'objet étudié est un cristal, on parle de *cristallographie*. Il s'agit de la deuxième application étudiée pendant cette leçon.

Mais avant d'étudier les applications de la diffraction par une structure périodique, étudions la physique du phénomène sur un cas simple : le **réseau plan unidimensionnel**.

## 1 Réseaux plans unidimensionnels

### 1.1 Généralités

Un réseau plan unidimensionnel est un objet diffractant dont la transmittance  $\underline{t}$  (rapport du champ en  $0^+$  sur le champ en  $0^-$ ) est une fonction périodique. On distingue plusieurs types de réseaux : les réseaux par transmission ou réflexion ainsi que les réseaux de phase et/ou d'amplitude. Ici nous nous intéresserons aux réseaux **d'amplitude par transmission**.

Les réseaux sont souvent fabriqués en verre, sur lesquels on a "collé" un métal rayé périodiquement avec une pointe en diamant : on a ainsi une alternance de transmission et de réflexion pour un

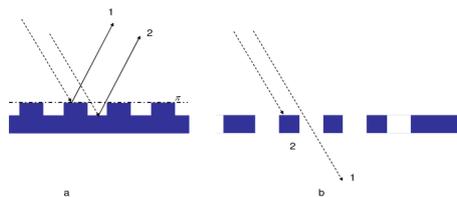


FIGURE 1.1 – **Exemples de réseaux** - En a), il s'agit d'un réseau en réflexion et en b) d'un réseau par transmission.

Sur un réseau d'amplitude par transmission, on peut définir plusieurs grandeurs pertinentes :

$$\begin{aligned} L : \text{longueur éclairée du réseau} & \quad \text{OdG} : L \simeq 1 \text{ cm} \\ N : \text{nombre de fentes éclairées} & \quad \text{OdG} : N \simeq 10 \rightarrow 100 \\ a : \text{pas du réseau} & \quad \text{OdG} : a \simeq 1 \rightarrow 10 \mu\text{m} \\ n = 1/a : \text{nombre de traits par mm} & \quad \text{OdG} : n \simeq 50 \rightarrow 600 \text{ traits/mm} \end{aligned} \tag{1.1}$$

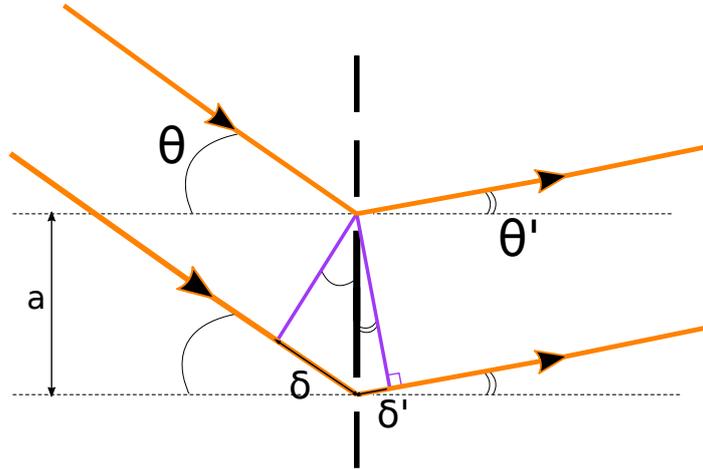


FIGURE 1.2 – **Positionnement du réseau en transmission** - Le faisceau incident arrive avec un angle  $\theta$  sur le réseau vertical.

## 1.2 Diffraction

La différence de marche totale  $\delta_{tot}$  entre les faisceaux incident et diffracté s'écrit, au signe près dont on se tape totalement, :

$$\begin{aligned}\delta_{tot} &= \delta' - \delta \\ \delta_{tot} &= a (\sin \theta' - \sin \theta)\end{aligned}\quad (1.2)$$

D'où la condition d'interférences constructives, dite de Bragg :

$$\boxed{a (\sin \theta' - \sin \theta) = p\lambda \quad , p \in \mathbb{Z}} \quad (1.3)$$

Qui peut aussi s'écrire en vectoriel, avec  $\vec{k}$  les vecteurs d'onde :  $\boxed{\vec{a} (\vec{k}' - \vec{k}) = 2\pi p, \quad p \in \mathbb{Z}}$ .

L'animation au lien  $\rightarrow$  <https://www.geogebra.org/m/jGCbThDQ>  $\leftarrow$  permet de visualiser cette condition et, point important, illustre la limitation des ordres disponibles. Par exemple, en incidence normale  $\theta = 0$ , on a  $\sin \theta' = \frac{p\lambda}{a}$ . Comme le sin est compris entre -1 et 1, il faut  $|p| < \frac{a}{\lambda} < \frac{1}{\lambda n}$ .

**OdG** : Avec  $\lambda = 500 \times 10^{-9}$  m (en gros le spectre visible) et  $n = 500$  traits/mm, on obtient  $\boxed{|p| < 4}$ .

Maintenant, déterminons l'intensité diffractée ! On rappelle le calcul l'amplitude  $\underline{\Psi}$  de l'onde diffractée dans une direction angulaire  $\theta'$  pour une onde incidente selon  $\theta$ . Le principe de Huygens-Fresnel donne, dans l'approximation de Fraunhofer,

$$\underline{\psi}(u) = \underline{K} \int \underline{T}(x) e^{-2i\pi ux} dx, \quad \text{avec } u = \frac{1}{\lambda} (\sin \theta' - \sin \theta) \quad (1.4)$$

Dans le cas d'un réseau de pas  $a$  la transmittance  $\underline{T}(x)$  s'écrit

$$\underline{T}(x) = \sum_{m=0}^{N-1} t(x - ma) \quad (1.5)$$

On a donc

$$\begin{aligned} \underline{\psi} &= \underline{K} \sum_{m=0}^{N-1} \int \underline{t}(x - ma) e^{-2i\pi ux} dx \\ \underline{\psi} &= \underline{K} \underbrace{\left( \sum_{m=0}^{N-1} e^{2i\pi uma} \right)}_{S(u)} \cdot \underbrace{\int \underline{t}(X) e^{-2i\pi uX} dX}_{f(u)}, \quad X = x - ma \end{aligned} \quad (1.6)$$

Le terme  $f(u)$  provient de la diffraction par une fente, c'est le **facteur de forme**.  $S(u)$  traduit les interférences à  $N$  ondes, c'est le **facteur de structure**.

**CdIS** : La transmittance est une convolution entre (presque) un peigne de DIRAC et la transparence d'une fente. On retrouve donc en régime de FRAUNHOFER (TF) le produit des TF. Si  $N \rightarrow +\infty$ , alors on a un vrai peigne de DIRAC, dont la TF est aussi un peigne de DIRAC...

On reconnaît en  $f(u)$  la  $\mathcal{TF}$  de  $\underline{t}$  en  $u$ . Pour calculer  $S(u)$ , on reconnaît la somme de termes d'une suite géométrique de raison  $\langle 1$ . Après calcul, sûrement à faire au tableau, il vient

$$I(\theta) = \underline{\psi}\underline{\psi}^* = I_0 |\mathcal{TF}[\underline{t}](u)|^2 \cdot \underbrace{\left( \frac{\sin N\pi ua}{\sin \pi ua} \right)^2}_{R(u)} \quad (1.7)$$

**CdIS** : À l'aide de GG, bien insister sur la correspondance entre les paramètres du réseau et la figure de diffraction :

Largeur d'un trou $b$	$\leftrightarrow$	Taille de la figure $\propto 1/b$
Distance entre deux trous $a$	$\leftrightarrow$	Distance entre deux pics $\propto 1/a$
Taille du réseau $Na$	$\leftrightarrow$	Largeur d'un pic $\propto 1/Na$

**CdIS** : Gayvallet : "Une manip = Un schéma" donc autant faire la manip correspondant au schéma...

Étudions le facteur  $R(u)$  :

- $R(\theta)$  max pour  $\sin \theta = \frac{\lambda p}{a}$
- $R(\theta) = 0$  pour  $\sin \theta = \frac{\lambda p}{Na}$
- $R(\theta = 0) = N^2$

Montrer tout ça avec l'animation GéoGébra. ( $e = \lambda = 500 \times 10^{-9}$  m //  $N$  entre 5 et 80 //  $a = 210^{-6}$  m).

Pour avoir la vraie fonction  $I(\theta)$ , il faut aussi tenir compte de  $|\mathcal{TF}[\underline{t}](u)|^2$ . Pour des ouvertures de type fente de longueur  $e$ , un calcul effectué dans un précédent cours donne  $|\mathcal{TF}[\underline{t}](u)|^2 = \text{sinc}^2 \frac{\pi e \sin \theta}{\lambda}$ . On a alors l'expression totale de  $I(\theta)$  ! On revient sur l'animation GG.

### Expérience : Diffraction de la lumière d'une lampe Hg par un réseau de traits

🔧 Je sais pas encore, Sextant sûrement

⌚ 1 minute

Faire l'image d'une fente (assez fine mais pas trop pour avoir de la lumière) sur le mur ou sur un écran par une lentille convergente de focale adaptée : pas besoin d'une image de 3 m de haut, mais pas de 2 cm non plus. Placer un filtre interférentiel sur le faisceau de la lampe à Hg afin de ne sélectionner qu'une seule raie. Nous avons choisi la raie verte car c'est ce que nous préférons mais vous pouvez choisir le doublet jaune ou la raie bleu (mais moins lumineuse).

Montrer la diffraction (en monochromatique grâce au filtre) et montrer les ordres 0, +1, -1 etc...

Enlever le filtre et montrer que le phénomène est dispersif : les raies de la lampe à vapeur de mercure ne sont pas diffractées avec le même angle. Si vous voulez voir les deux raies de Hg dans l'UV, placer une feuille blanche sur l'écran/mur.

Noter que le rouge est plus dispersé que le bleu, c'est le contraire du prisme.

Maintenant que nous avons vu la théorie de la diffraction par un réseau, passons aux applications de cette théorie, en commençant par le spectromètre à réseau.

## 2 Spectromètre à réseau

Grâce à la condition de Bragg, nous avons vu que l'angle de diffraction dépendait de la longueur d'onde utilisée. Ainsi, en connaissant par ailleurs toutes les caractéristiques du réseau diffractant, nous pouvons déterminer les  $\lambda$  présents dans un rayonnement en étudiant la figure de diffraction. C'est le principe d'un **spectromètre à réseau** ! On en profite aussi pour montrer un magnifique goniomètre et/ou l'intérieur d'un vrai spectro. !

### 2.1 Dispersion

CdIS : Sous-partie à virer si manque de temps...

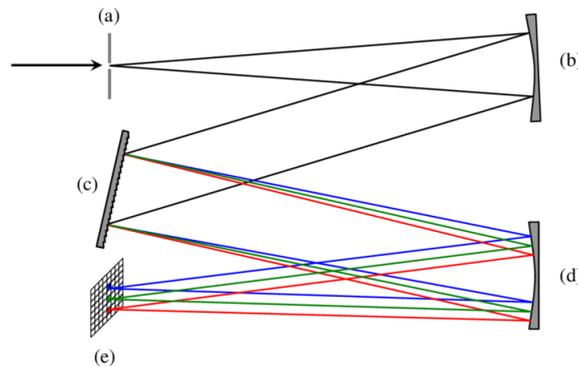


FIGURE 2.1 – Schéma d'un spectromètre à réseau à réflexion

Différences notables avec un prisme, dont le fonctionnement est assez semblable :

- Un prisme ne possède qu'une irisation et le réseau autant que d'ordres  $p$  permis.
- Un prisme dévie plus le bleu que le rouge car  $n(\lambda_{\text{bleu}}) > n(\lambda_{\text{rouge}})$ . Pour un réseau, à un ordre  $p$  donné, le rouge est plus dispersé que le bleu (à un ordre  $p$  donné,  $\sin \theta' \propto \lambda$  et  $\lambda_{\text{rouge}} > \lambda_{\text{bleu}}$ ).

Pour quantifier la dispersion d'un flitre, on définit le pouvoir de dispersion  $D = \frac{d\theta'}{d\lambda}$ . On trouve  $D = \frac{p}{a \cos \theta'_p}$  pour un ordre  $p$  donné. Pour des angles  $\theta'_p$  faibles, on a  $D = \frac{p}{a} = C^{\text{st}}$ , la déviation entre deux raies du spectre est alors proportionnelle à leur différence de longueur d'onde, on parle de **spectre normal**. Dans le cas général, on remarque que  $D$  augmente avec l'ordre  $p$  et diminue avec  $a$ .

### 2.2 Pouvoir de résolution

On suppose ici une fente source infiniment fine, ainsi seule la seule limite de diffraction est due à la diffraction.

Le critère de **Rayleigh** stipule que l'on ne peut séparer deux tâches de diffractions (ici de signaux qui n'interfèrent pas) que si le maximum de l'un correspond, au plus proche, au minimum de l'autre. On peut illustrer ça sur GG. Déterminons donc le pouvoir de résolution  $PR = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  qui correspond, à  $\lambda$  fixé,

au plus petit  $\Delta\lambda$  tel que  $\lambda$  et  $\lambda + \Delta\lambda$  soient séparés par le spectro. Exprimons  $PR$ !

Le maximum du pic principal d'ordre  $p$  est observé pour  $\sin\theta'_p = \sin\theta + p\frac{\lambda}{a}$ . La première annulation de l'amplitude correspond à  $\sin(\theta'_p + \epsilon) = \sin\theta'_p \simeq \frac{\lambda}{aN}$ . L'écart, en variable  $\sin\theta'_p$ , entre le max et le premier min vaut donc en valeur absolue  $\delta_1(\sin\theta'_p) = \frac{\lambda}{aN}$

La relation de Bragg donne par ailleurs  $\sin\theta'_p(\lambda) = \sin\theta + p\frac{\lambda}{a}$  et  $\sin\theta'_p(\lambda + \Delta\lambda) = \sin\theta + p\frac{\lambda + \Delta\lambda}{a}$ . Pour un ordre  $p$ , l'écart en variable  $\sin\theta'_p$  entre les max de  $\lambda$  et  $\lambda + \Delta\lambda$  vaut donc  $\delta_2(\sin\theta'_p) = p\frac{\Delta\lambda}{a}$ . En comptant tout positif, les raies de  $\lambda$  et  $\lambda + \Delta\lambda$  sont séparées si  $\delta_2(\sin\theta'_p) > \delta_1(\sin\theta'_p) \iff p\frac{\Delta\lambda}{a} > \frac{\lambda}{aN} \iff \frac{\Delta\lambda}{\lambda} > \frac{1}{pN} = \frac{\Delta\lambda_{min}}{\lambda}$ .

$$\text{On a donc } RP = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{min}} = \boxed{pN = pLn = RP}.$$

**CdIS** : On le voit bien sur l'animation (cf. mon site)... La taille d'un pic est  $2\frac{\lambda}{Na}$ , prenons donc une largeur à mi-hauteur  $\frac{\lambda}{Na}$ . De plus, la distance entre les maxima d'une onde à  $\lambda$  et une autre à  $\lambda + \Delta\lambda$  est, pour l'ordre  $m$  :  $\frac{m}{a}\Delta\lambda$  donc le critère de RYLEIGH nous donne

$$\frac{m}{a}\Delta\lambda > \frac{\lambda}{Na} \implies \frac{\lambda}{\Delta\lambda} < mN$$

Ce critère nous indique quel est l'écart le plus petit entre deux longueurs d'onde pour les séparer. On définit alors la pouvoir de résolution comme

$$PR = mN$$

**OdG** : Pour l'ordre  $p = 1$ ,  $L = 20$  mm,  $n = 500$  traitss/mm, on a  $N = 10^4$ , et  $RP = 10^4$ .

**AN** : pour  $\lambda = 589$  nm et  $p=1$ , cela correspond  $\Delta\lambda_{min} = \lambda/R = 0.06$  nm, ce qui est suffisant pour distinguer les raies du sodium par exemple!

### Expérience : Mesure du doublet du sodium par mesure du $\delta\theta$

🔪 Je sais pas encore, Sextant sûrement

⊖ 2 minutes

Peut-être que ça prend trop de temps

Cependant, avec une résolution aussi bonne, on se doute bien que cette résolution n'est que théorique. En effet, ce calcul est mené pour une fente infiniment fine donc ne laissant passer aucune lumière. Un système réel possède des fente de largeur finie et le pouvoir de résolution diminue. Le pouvoir de résolution réel reste tout de même supérieur à celui d'un prisme.

| *Mais est-ce la seule limitation à laquelle faire face en pratique ?*

## 2.3 Limitations réelles

- En pratique, si on monte trop haut dans les ordres d'interférences, on peut observer un **recouvrement des spectres** des ordres  $p$  et  $p + 1$ . Cela se traduit par  $\sin\theta'_{p+1}^{\text{bleu}} < \sin\theta'_p^{\text{rouge}}$ . En pratique, cela arrive dès l'ordre 3 voire 2.
- Comme on le voit sur GG avec { diffractions + interférences }, la majorité de la luminosité est contenue dans l'ordre 0 qui, par définition, ne présente pas de décomposition du spectre.. On manque de luminosité dans les modes d'intérêt ( $p \neq 0$ ). Pour pallier à ça on utilise des réseaux en réflexion blazés, qui sont une suite de "marches" d'angle ajustable qui définit l'angle de luminosité maximale.

**CdIS** : Un autre intérêt, c'est qu'on l'a vu, le pouvoir de résolution est meilleur pour les grands ordres... On peut donc diriger toute la lumière dans un ordre supérieur pour faciliter la mesure.

Ainsi, avec la première application, on vient de voir que la spectrophotométrie permet d'utiliser les caractéristiques de la diffraction sur réseau pour remonter aux caractéristiques d'une lumière incidente.

### 3 Diffraction des rayons X par une structure cristalline

L'idée est maintenant d'étudier une figure de diffraction en connaissant parfaitement la lumière incidente, afin d'obtenir des informations sur le réseau diffractant. C'est un moyen utilisé pour sonder la matière cristalline!

En ordre de grandeur, la distance inter-atomique dans un cristal est de  $1 \text{ \AA}$ , il faut donc choisir une onde incidente qui vérifie  $\lambda < 1$ , donc des rayons X! On peut aussi utiliser la dualité onde-particule en envoyant un faisceau d'électrons accélérés par une tension  $U$ , leur longueur d'onde est donc  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2em_e U}}$ .

**CdIS** : On utilise aussi la diffraction par bombardement de neutrons, notamment pour les matériaux magnétiques (parce que les électrons vont partir en couille!)

#### 3.1 Rappels

Quelques rappels de cristallographie pour votre plus grand plaisir!

On définit le **réseau de Bravais**  $\vec{R}$  tel que  $\vec{R} = n_1\vec{a}_1 + n_2\vec{a}_2 + n_3\vec{a}_3$ . On a ainsi un recouvrement de tout l'espace si  $(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$  est une base de  $\mathbb{R}^3$ .

On définit le **réseau réciproque** (RR)  $\vec{G}$  tel que  $e^{i\vec{G}\cdot\vec{R}} = 1$ , avec  $\vec{G} = m_1\vec{b}_1 + m_2\vec{b}_2 + m_3\vec{b}_3$ . Les  $\vec{b}_i$  sont reliés aux  $\vec{a}_i$  par  $\vec{a}_i \cdot \vec{b}_j = \delta_{ij}$ .

Enfin on définit les plans réticulaires comme les familles de plans parallèles équidistants qui contiennent tous les points du réseau.  $\vec{G} \in (\text{RR})$  définit la normale à ces plans réticulaires. SI  $\vec{G}$  est de norme minimale, alors  $\|\vec{G}\| = \frac{2\pi}{a}$  et  $\vec{G} = h\vec{b}_1 + k\vec{b}_2 + l\vec{b}_3$ .  $(h, k, l)$  sont appelés indices de Miller.

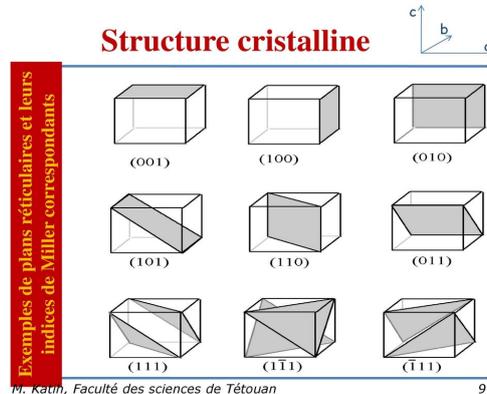


FIGURE 3.1 – Exemples de plans réticulaires et indices de Miller associés

#### 3.2 Formulations de Bragg et de von Laue

Bragg (PN 1915) suppose en 1913 que la lumière incidente se réfléchit sur les plans réticulaires. La différence de marche entre deux faisceaux issus de réflexions sur des plans successifs (on a ici un réseau par réflexion mais on continuera à noter  $a$  la distance entre deux plans) s'écrit, dans le cadre d'interférences constructives :

$$\delta = 2a \sin \theta \quad (3.1)$$

avec  $\theta$  l'angle d'arrivée sur un plan. On reconnaît la formule déjà étudiée avec  $\theta' = -\theta$  comme on passe d'une transmission à une réflexion. Notons que cette formule est généralisable à tout réseau par

réflexion.

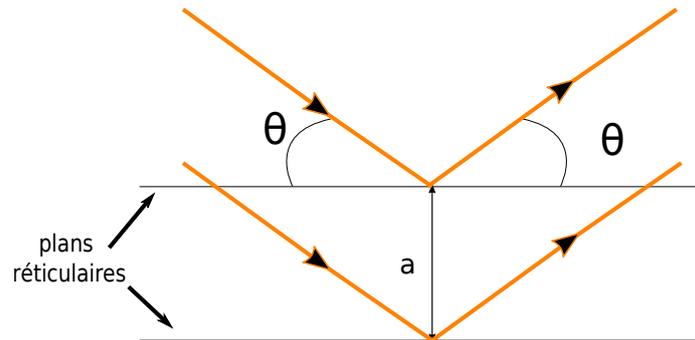


FIGURE 3.2 – **Positionnement du problème** - On considère le cristal comme une succession de plans réticulaires séparés de  $a$ , c'est à dire un réseau en réflexion.

Von Laue (PN 1914) ne fait pas d'hypothèses sur les plans réticulaires mais stipule que deux atomes voisins vont réfléchir l'onde incidente. La condition vectorielle d'interférences constructives est alors :

$$\vec{a} \cdot (\vec{k} - \vec{k}_0) = \delta \frac{\pi}{\lambda} \quad (3.2)$$

On a noté  $\vec{a}$  le vecteur reliant deux atomes voisins et  $\vec{k}_0$  et  $\vec{k}$  les vecteurs d'ondes des ondes incidentes et réfléchies.

Or  $\vec{a} \in (\text{RD})$ , on peut étendre la relation à tout  $\vec{R} : \vec{R} \cdot (\vec{k} - \vec{k}_0) = p\pi$  avec  $p$  l'ordre d'interférence. On reconnaît la définition de  $(\text{RR})$ , d'où :

C'est la condition de VON LAUE

$$(\vec{k}_0 - \vec{k}) = \vec{G} \in \text{RR}$$

Cette condition provient en fait directement de la règle d'or de FERMI (voir Cours de matière condensée sur mon web-site) qui donne l'amplitude de diffusion entre un vecteur d'onde incident  $|k\rangle$  et un vecteur d'onde sortant  $|k'\rangle$

On peut l'interpréter graphiquement avec la sphère de Ewald.

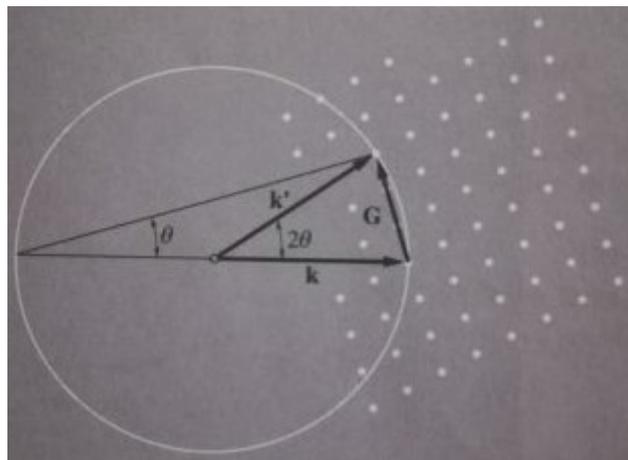


FIGURE 3.3 – **Tracé et utilisation de la sphère d'Ewald** - Les points blancs sont des noeuds dans le  $(\text{RR})$  du cristal. On place l'extrémité du vecteur d'onde incident  $\vec{k}$  sur un de ces noeuds. On trace une sphère de rayon  $2\pi/\lambda$  autour de l'origine de  $\vec{k}$ . Si le cercle intercepte un autre noeud du  $(\text{RR})$ , comme c'est le cas ici, alors on peut définir un  $\vec{k}'$  qui respecte la condition de von Laue. Tiré du Kittel.

Ainsi, quand on a la figure de diffraction, on peut utiliser la condition de von Laue pour relier les pics aux propriétés géométriques du cristal. Encore faut-il l'obtenir cette figure de diffraction ! Il existe trois méthodes pour obtenir les pics de diffraction.

**CdIS** : On retrouve le même type de relation que pour un réseau 1D. Comme précédemment, on peut calculer l'intensité diffractée en voyant la transmittance comme une convolution entre la transparence d'une maille et d'un réseau de DIRAC (peigne de DIRAC 3D, c'est moi qui ait inventé ce terme, attention à ne pas l'utiliser :D). Si on note  $A_p f(\vec{G})$  l'amplitude diffractée par une maille, alors l'amplitude diffractée par tous le cristal est le produit des TF :

$$A(\vec{G}) = A_o f(\vec{G}) \sum_j e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}_j}$$

Et ainsi l'intensité :

$$I(\vec{G}) = I_0 f(\vec{G})^2 \left( \sum_j e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}_j} \right)^2$$

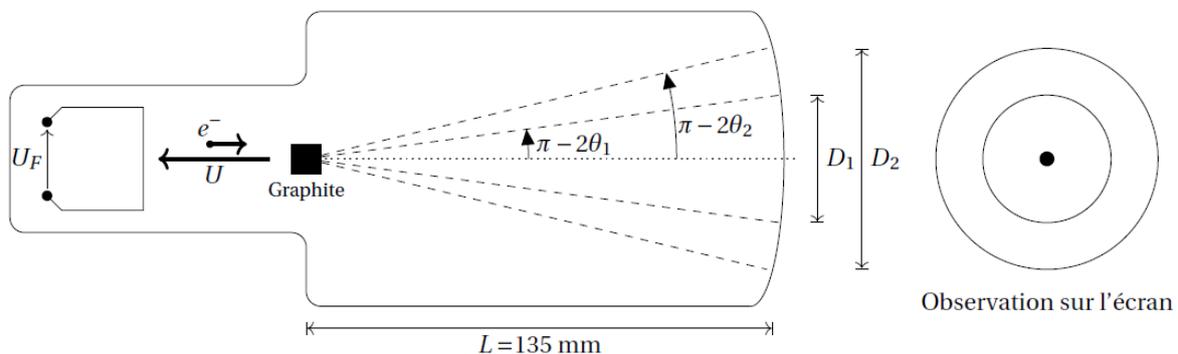
C'est la même forme qu'avant avec un facteur de structure et un facteur de forme... On remarque que si la maille n'est constituée que d'un atome ponctuel, alors le facteur de forme vaut 1. L'intensité diffractée en pur peigne de DIRAC est alors la même que pour un réseau avec des trous infiniment fins... Théorème de BABINET !

- la méthode de von Laue : on fait varier  $\lambda$  : on augmente le rayon de la sphère de Ewald et on intercepte plusieurs points du (RR)
- la méthode du cristal tournant : on fait tourner le cristal sur un axe, ce qui revient à faire tourner le (RR) selon un axe, on obtient ainsi plusieurs pics
- la méthode des poudres (Debye - Scherrer) : statistiquement, toutes les orientations sont représentées (grains d'un diamètre de quelques microns) . Cela revient à faire parcourir à  $\vec{G}$  une sphère de centre O et de rayon  $\vec{G}$ . L'interaction de cette sphère avec la sphère de Ewald donne toutes les directions de diffraction, on obtient un cône d'angle  $4\theta$

### 3.3 Méthode de Debye-Scherrer

🔗 MP26

**CdIS** : La distance entre deux plans de graphène est très grande devant la longueur d'onde donc pas de diffraction venant de là !



**Expérience : Mesure du paramètre de maille  $a$  par la méthode de Debye-Scherrer**

🔗

⌚ 5-8 minutes selon le temps à accorder

On utilise la manip toute prête dans la collection (P96.1 et P93.6) ?. Pas de rayons X (qui font mal aux narines!) mais un faisceau d'électrons. On a  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2em_eU}}$ . On alimente la manip (attention au branchement éclaté au sol) et on mesure l'angle de diffraction  $4\theta$ . On peut ainsi remonter au paramètre de maille  $a$  par la relation  $a = \frac{2Lh}{D\sqrt{2em_eU}}$  avec  $L$  la longueur de la cuve et  $D$  son diamètre. La valeur tabulée pour le graphite est  $a = 213 \mu\text{m}$ .

## Conclusion

Dans cette leçon, on a mis en évidence les principales propriétés des structures périodiques vis à vis de la diffraction (forme intensité diffractée et influence des paramètres du réseau plan sur celle-ci). On a vu deux applications assez fondamentales : la spectroscopie et la cristallographie.

## Questions

## Commentaires du jury

Revenir sur les réseaux de phase et d'amplitude, comment peut-on décrire cela mathématiquement ? Comment faire sentir à un élève ayant déjà eu un cours sur la diffraction la séparation en un facteur de forme et un facteur de structure ? Comment fonctionne un réseau blazé ? Revenir sur le critère de Rayleigh pour repréciser les notations (conflit de notation avec le début de la leçon). Question sur la courbe de l'éclairement tracée avec python, comment justifier rapidement les propriétés énoncées ? Peut-on faire un lien avec une fonction que les élèves connaissent déjà ? ( $1 + \cos x$ , éclairement des fentes d'Young si  $N = 2$ ). Diffraction des électrons : dans quel sens est le graphite, pourquoi on observe un cercle ? S'agit-il d'un réseau en transmission ou en réflexion ?

Les questions ont été surtout posées par une examinatrice, l'autre en a posé quelques-unes, la troisième était muette. Pour la 1ère partie : Pouvez-vous préciser la notion de diffraction cohérente/incohérente ? Pouvez-vous expliquer à un élève pourquoi le montage de diffraction avec une lentille est équivalent à celui avec deux lentilles ? Pouvez-vous expliquer qualitativement la formule des réseaux ? Comment le réseau blazé joue-t-il sur le pouvoir de résolution ? Comment fait-on un monochromateur ? Pour la 2ème partie : Pouvez-vous expliquer qualitativement la figure de diffraction obtenue avec le canon à électrons ? Comment génère-t-on des rayons X ? Dans quels laboratoires de France en trouve-t-on ? Quel est le lien entre la symétrie de la figure de diffraction et celle du cristal ? Que signifie une symétrie d'ordre 5 de la figure de diffraction ? (Cela correspondrait à des quasi-cristaux) Vous avez parlé de cristaux où tous les atomes étaient bien à leur place, est-ce vraiment le cas ? Qu'est-ce que ça change ? Quelles informations tirer de la figure de diffraction ? N'y a-t-il pas un problème pour remonter à la densité électronique à partir de la figure de diffraction ? Comment fait-on un monochromateur à neutrons ? Comment expliquer à un élève qu'on passe de la diffraction des rayonnements électromagnétiques à celle des électrons pendant la leçon ?

Réexpliquer ce que vous vouliez montrer avec la manip' avec le sodium ? Pouvoir de résolution : dépendance en  $N$  ? C'est quoi  $N$  ? Redessiner le réseau avec les différentes longueurs caractéristiques ; redessiner l'éclairement en fonction de  $z$  et mettez les échelles correspondantes ; on voit que la dispersion augmente avec l'ordre... supposons qu'on puisse aller à l'ordre infini, n'y aura-t-il pas un autre pb ? (recouvrement des ordres) Comment définir le chemin optique ? N'est ce que  $n \cdot AB$  ? Connaissez vous d'autres systèmes d'interférence à ondes multiples ? Comment est définie sa résolution ? Comment se voit-elle ? Réseau acoustique :  $pq$  la longueur  $a$  du transducteur ne doit pas être trop grande ?

Pourquoi historiquement on a continué à utiliser des prismes alors que les réseaux existaient encore ? Comment fabrique-t-on un réseau blazé ? Réalisation précise d'un émetteur ultrasonore utilisé pour l'échographie ? Dans quelle démarche épistémologique s'inscrit l'expérience de Davisson et Germer (diffraction d'électrons en 1925) ?

Plusieurs questions pour repréciser des hypothèses de calcul exposées trop rapidement (par exemple pourquoi on fait un calcul unidimensionnel pour le réseau, à quelle approximation cela revient dans la direction verticale ?). Retour sur la figure de diffraction du réseau : pouvoir de résolution ? Comment déterminer le nombre de traits éclairés, le rapport  $a/c$ , etc. Matière condensée : qu'est-ce qu'on sonde avec des neutrons ? Quelle est la forme de la figure de diffraction ? Étude des biomacromolécules : c'est facile de faire des cristaux ? Comment expliquer la couleur bleue du papillon « machin » ?

Quelques mots sur Evald ? Physicien allemand, pionnier sur la diffraction.

Limite des grandes longueurs d'onde ?  $\vec{k}$  avec norme très petite donc sphère très petite, trop petite pour qu'il y ait intersection avec les vecteurs du réseau réciproque.

Sources d'erreur sur la mesure ? Mesure du rayon : très diffus et surface courbée.

Types de réseau de diffraction ? Comment les faire ? Transmission, réflexion

Est-ce que tu connaît le réseau à échelle ? A quoi ça sert ? C'est un réseau blazé, permet de déplacer le pic d'intensité (en général sur le pic d'ordre 0 qui ne donne pas beaucoup d'informations).

Que permet de mesurer la diffraction sur réseau ?

A quoi correspond le vecteur  $\vec{K}$ ? Analogie diffraction sur structure cristalline et diffraction avec un réseau macroscopique?  $K$  est une fréquence spatiale du réseau. Facteur de forme = diffraction, facteur de structure = interférences à ondes multiples.

Pour le cristal : Huygens-Fresnel volumique

Autres ondes que électrons ou rayons X Neutrons qui sont diffractés par les noyaux

Qu'est-ce qui fait la largeur des anneaux pour la diffraction des électrons? pour la diffraction sur un réseau? Plus le nombre de sites éclairés est important, plus les pics sont fins.

Sur un réseau : nombre de fentes éclairées, largeur des fentes, largeur de la fente source.

Pareil pour les électrons, la source n'est pas ponctuelle donc les anneaux sont larges.

Où peut-on faire des rayons X? des neutrons? Est-ce qu'on peut faire toutes les longueurs d'onde?

Rayons X : A Saclay (synchrotron), à Grenoble, à Zurich, à Lund. Synchrotron : à peu près toutes les longueurs d'onde.

Neutrons : à Lund, à Grenoble, en Allemagne. Neutrons thermiques (0.7 - 10 angstroms)

Matériau dont la couleur est due à de la diffraction/interférences à ondes multiples? Opales

Revenir sur les réseaux de phase et d'amplitude, comment peut-on décrire cela mathématiquement?

Comment faire sentir à un élève ayant déjà eu un cours sur la diffraction la séparation en un facteur de forme et un facteur de structure?

Comment fonctionne un réseau blazé?

Diffraction des électrons : dans quel sens est le graphite, pourquoi on observe un cercle? S'agit-il d'un réseau en transmission ou en réflexion?

Pouvez-vous préciser la notion de diffraction cohérente/incohérente?

Pouvez-vous expliquer à un élève pourquoi le montage de diffraction avec une lentille est équivalent à celui avec deux lentilles?

Pouvez-vous expliquer qualitativement la formule des réseaux?

Comment le réseau blazé joue-t-il sur le pouvoir de résolution?

Comment fait-on un monochromateur?

Pouvez-vous expliquer qualitativement la figure de diffraction obtenue avec le canon à électrons?

Quel est le lien entre la symétrie de la figure de diffraction et celle du cristal? Que signifie une symétrie d'ordre 5 de la figure de diffraction? (Cela correspondrait à des quasi-cristaux) Vous avez parlé de cristaux où tous les atomes étaient bien à leur place, est-ce vraiment le cas? Qu'est-ce que ça change? Quelles informations tirer de la figure de diffraction? N'y a-t-il pas un problème pour remonter à la densité électronique à partir de la figure de diffraction?

Comment fait-on un monochromateur à neutrons?

Comment expliquer à un élève qu'on passe de la diffraction des rayonnements électromagnétiques à celle des électrons pendant la leçon?

Connaissez vous d'autres système d'interférence à ondes multiples? Comment est définie sa résolution? Comment se voit-elle?

Réseau acoustique : pq la longueur  $a$  du transducteur ne doit pas être trop grande?

Pourquoi historiquement on a continué à utiliser des prismes alors que les réseaux existaient encore?

Comment fabrique-t-on un réseau blazé?

? Dans quelle démarche épistémologique s'inscrit l'expérience de Davisson et Germer (diffraction d'électrons en 1925)?