

# LP43 - Évolution temporelle d'un système quantique à deux niveaux

Cléments (DE LA SALLE et COLLÉAUX)

15 juin 2020

## Niveau : L3

## Bibliographie

La sainte trinité :

- ↻ **Le Bellac** → Mais Je t'aime toi
- ↻ **Cohen Tannoudji** → Mais toi aussi j'te kiiiife
- ↻ *Cours de MQ de l'X*, **Basdevant** → très soldie
  
- ↻ **Sanz PC** → Toujours un plaisir p.1270

## Prérequis

- 
- 

## Expériences



## Table des matières

Table des matières	1
<b>1 Présentation des systèmes quantiques à deux niveaux</b>	<b>2</b>
1.1 Modèle de la molécule d'ammoniac . . . . .	2
1.2 Généralités sur les systèmes à deux niveaux . . . . .	4
<b>2 Évolution libre</b>	<b>5</b>
2.1 Positionnement du problème . . . . .	5
2.2 Probabilité de transition . . . . .	6
<b>3 Évolution forcée</b>	<b>7</b>
3.1 Forçage constant . . . . .	7
3.2 EFFET MASEEEEEEEEEER . . . . .	9
3.3 RMN . . . . .	10

# Introduction

## 1 Présentation des systèmes quantiques à deux niveaux

♣ *Basdevant p.155*

### 1.1 Modèle de la molécule d'ammoniac

♣ *Le Bellac p169*

Nous prendrons au cours de cette leçon l'exemple de la molécule d'ammoniac. En effet, il existe une asymétrie dans la molécule du fait de la position de l'atome d'azote par rapport a plan formé par les trois hydrogènes. On peut imaginer que celui-ci se situe à gauche  $|\psi_G\rangle$  ou bien à droite  $|\psi_D\rangle$ . On considérera ces états comme découplés, c-à-d que  $\langle\psi_G|\psi_D\rangle = 0$ .

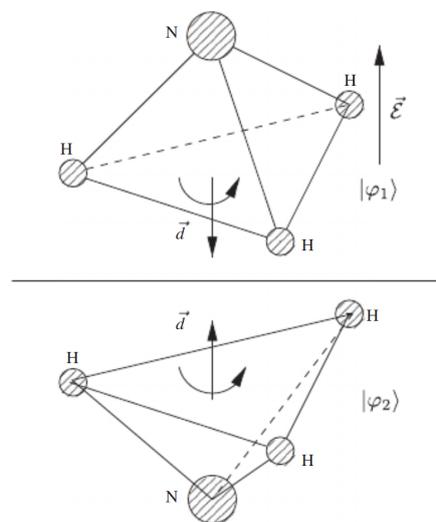


FIGURE 1.1 – Molécule d'ammoniac et représentation des deux états possibles ♣ *Le Bellac p.170*

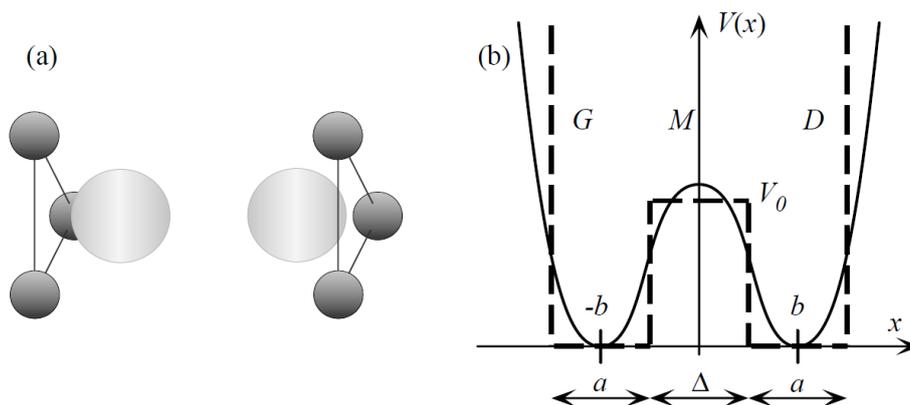


FIGURE 1.2 – Représentation des états de la molécule d'ammoniac et modélisation par un potentiel double puits ♣ *Basdevant p.93*

Ces deux états ne sont *a priori* pas distinguables l'un de l'autre, donc leurs énergies sont les mêmes.

Dans cette base, le Hamiltonien du système s'écrit donc

$$H_0 = \begin{pmatrix} E_0 & 0 \\ 0 & E_0 \end{pmatrix} = E_0 \mathbb{1}$$

Dans ce cas, il est facile de prévoir l'évolution du système : si on prend un état quelconque

$$|\psi\rangle = a|\psi_G\rangle + b|\psi_D\rangle$$

Alors l'équation de SCHÖDINGER donne

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = H_0 |\psi\rangle = E_0 |\psi\rangle \implies \begin{cases} a(t) = a_0 e^{-i \frac{E_0}{\hbar} t} \\ b(t) = b_0 e^{-i \frac{E_0}{\hbar} t} \end{cases}$$

Donc les probabilités de présence ne changent pas :  $|a(t)|^2 = |a_0|^2$  et  $|b(t)|^2 = |b_0|^2$ . En fait c'est logique car, en écrivant ainsi le Hamiltonien, on a gelé la possibilité de passer d'un état à un autre. Mais la réalité est plus complexe, la molécule d'ammoniac peut tunneler et passer d'un état à l'autre, on parle de **couplage entre ces états**. On introduit donc une énergie qui couple ces états :

$$H = \begin{pmatrix} E_0 & -A \\ -A & E_0 \end{pmatrix} = E_0 \mathbb{1} - A \sigma_x$$

Ce terme énergétique  $A$  traduit le passage possible d'un état à l'autre et sa valeur indique si le tunneling est favorisé ou non ( $A = 0$  est le cas où le tunneling est impossible). Typiquement on a  $2A \sim 10^{-4}$  eV, ce qui est très faible (à comparer avec les 0.025 eV de l'énergie thermique), ce qui veut dire qu'il est assez difficile de tunneler.

La valeur de  $E_0$  ne nous apporte aucune information, il n'est pas pertinent de comparer  $A$  à  $E_0$  !

On peut maintenant résoudre simplement les problèmes des états stationnaires en diagonalisant le Hamiltonien. On trouve deux états appelés **symétrique**  $|\psi_S\rangle$  et **anti-symétrique**  $|\psi_A\rangle$ , tels que :

$$\begin{cases} |\psi_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_G\rangle + |\psi_D\rangle) \\ |\psi_A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_G\rangle - |\psi_D\rangle) \end{cases} \implies \begin{cases} H|\psi_S\rangle = (E_0 - A)|\psi_S\rangle \\ H|\psi_A\rangle = (E_0 + A)|\psi_A\rangle \end{cases}$$

On observe une levée de dégénérescence des énergies propres du système :

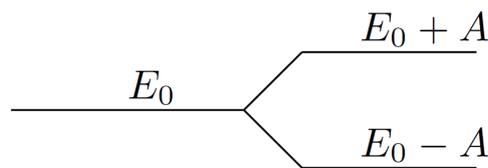


FIGURE 1.3 – Dégénérescence des niveaux énergétiques

**NB**

☛ *Basdevant p.96*

En vrai, le fait que les états puissent tunneler, ça crée des ondes évanescentes dans la zone intermédiaire, donc la particule est légèrement moins confinée, donc  $E_0$  devient  $E'_0 < E_0$ .

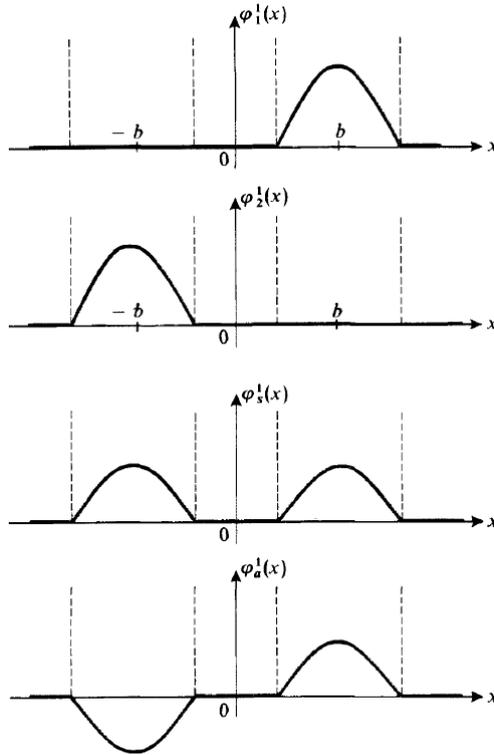


FIGURE 1.4 – Représentation des fonctions d’onde des différents états évoqués [Cohen p.459](#)

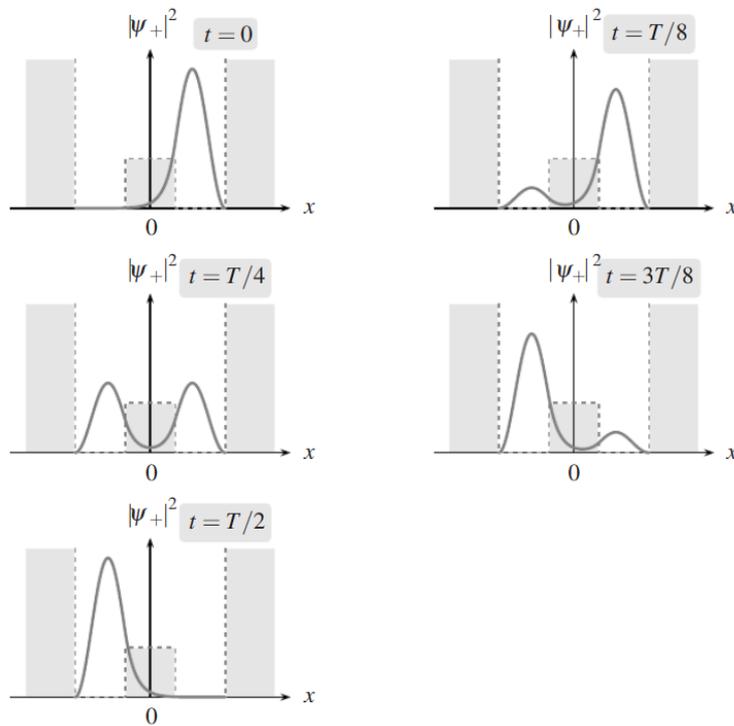


FIGURE 1.5 – Même idée [Sanz p.1271](#)

## 1.2 Généralités sur les systèmes à deux niveaux

Les systèmes à deux niveaux sont les systèmes les plus simples à étudier dans le formalisme matriciel de la mécanique quantique, d’où l’intérêt qu’on leur porte... Mais sont-ils vraiment représentatifs de la

réalité ? On peut décrire un système à deux niveaux de façon  $\blacktriangleleft$  *Basevant p.127* :

**Exacte** Il existe beaucoup d'exemples dans la physique quantique de système réellement à deux niveaux : moment magnétique de l'électron, les mésons K et B neutres, problème de masse des neutrinos.

**Approchée** Molécule d'ammoniac et beaucoup d'autres.

Dans le cas de la molécule d'ammoniac, il est évident que la physique complète est bien plus complexe que juste deux niveaux... Il faudrait théoriquement prendre en compte toutes les orbitales des électrons, les degrés de liberté de rotation, translation, vibration. Il est donc important de vérifier que l'on ne fait pas trop de bêtises en faisant l'hypothèse de deux niveaux  $\blacktriangleleft$  *Le Bellac p.157 (ou 170 suivant la version)* :

- $A \sim 10^{-4}$  eV
- Énergie d'excitation des électrons  $\sim 0.1$  eV
- Énergie de vibration  $\sim 0.1$  eV
- Énergie de rotation  $\sim 10^{-3}$  eV
- $k_B T \sim 10^{-2}$  eV

Entre deux niveaux d'excitation de rotation, on a  $10A$  (et pour électrons, vibration c'est  $1000A$ !) donc à l'échelle d'excitation qui nous intéresse, la rotation n'a aucune influence (et encore moins les autres degrés de liberté!), on peut donc bien se concentrer sur seulement les deux niveaux qui nous intéresse.

### Rotation

Notons au passage que malgré ces considérations, on ne peut pas dire que la molécule se situe dans son état fondamental de rotation, puisque  $k_B T \gg 10^{-3}$  eV. Cela n'a pas d'influence, mais attention à ne pas en dire trop!

## 2 Évolution libre

$\blacktriangleleft$  *Basdevant, p.95*

$\blacktriangleleft$  *Cohen, p.463*

$\blacktriangleleft$  *Sanz PC, p.1270*

### 2.1 Positionnement du problème

Étudions maintenant l'évolution temporelle d'un état random de la molécule d'ammoniac. On étudie l'évolution dite *libre* de la molécule, ie l'évolution de la molécule soumise à aucun champ extérieur (ça c'est pour plus tard).

Pour décrire un état random de la molécule d'ammoniac, il faut le décomposer sur une base et on va préférer utiliser la base des états propres du Hamiltonien construit précédemment, les états symétrique  $S$  et anti-symétrique  $A$ . L'état random  $|\psi(t)\rangle$  s'écrit donc :

$$|\psi(t)\rangle = a_S(t)|\psi_S\rangle + a_A(t)|\psi_A\rangle$$

on peut aussi choisir une CI comme  $a_S(t=0) = 1 \iff |\psi(t=0)\rangle = |\psi_S\rangle$  mais on verra plus tard pour la CI. Utilisons maintenant l'équation de Schrödinger (eS) pour déterminer l'évolution temporelle de notre système à deux niveaux. Cette détermination passe par la connaissance des fonctions  $a_S(t)$  et  $a_A(t)$ .

On rappelle l'eS :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = H |\psi(t)\rangle$$

Cette équation fait intervenir le Hamiltonien écrit dans la base  $\{|\psi_A\rangle, |\psi_S\rangle\}$  et permet d'obtenir deux équations (soit directement en écrivant eS en matriciel soit en projetant l'équation obtenue selon  $|\psi_A\rangle$  et  $|\psi_S\rangle$ ) :

$$\begin{aligned}i\hbar\dot{a}_S(t) &= (E'_0 - A) a_S(t) \\i\hbar\dot{a}_A(t) &= (E'_0 + A) a_A(t)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{a}_S(t) &= -\frac{i}{\hbar}(E'_0 - A) a_S(t) \\ \dot{a}_A(t) &= -\frac{i}{\hbar}(E'_0 + A) a_A(t)\end{aligned}$$

système que l'on peut résoudre encore une fois facilement (décidément cette leçon serait-elle facile?) pour donner :

$$\begin{aligned}a_S(t) &= a_S(t=0) \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E'_0 - A)t\right] \\ a_A(t) &= a_A(t=0) \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E'_0 + A)t\right]\end{aligned}$$

que l'on peut ré-écrire en faisant apparaître les pulsations particulières  $\omega_0 = \frac{E'_0}{\hbar}$  (pulsation de Bohr)  $\omega_A = \frac{A}{\hbar}$

$$\begin{aligned}a_S(t) &= a_S(t=0)e^{-i\omega_0 t} e^{i\omega_A t} \\ a_A(t) &= a_A(t=0)e^{-i\omega_0 t} e^{-i\omega_A t}\end{aligned}$$

ce qui nous donne les évolutions des coefficients de la décomposition de  $|\psi(t)\rangle$  sur la base A/S.

C'est super! Et si on regardait les probabilités? Notamment regardons  $\mathcal{P}_S(t) = \langle\psi(t)|\psi_S\rangle$  la probabilité que la molécule soit dans l'état symétrique à l'instant  $t$ , on trouve

$$\mathcal{P}_S(t) = |a_S(t)|^2 = |a_S(t=0)|^2$$

un calcul identique donne

$$\mathcal{P}_A(t) = |a_A(t)|^2 = |a_A(t=0)|^2$$

la probabilité que la molécule soit dans l'état symétrique ou anti-symétrique est ainsi constante et ne dépend que des CI. Encore une fois ceci est logique avec le fait qu'un état propre du Hamiltonien est stable : si la molécule est initialement dans un état qui est valeur propre du Hamiltonien, alors elle restera À VIE dans cet état (si tant est qu'il est possible de parler de vie pour un état de la molécule d'ammoniac)

Ce n'est donc pas super intéressant!

## 2.2 Probabilité de transition

Mais heureusement, les états S et A ne sont pas *physiques*, la détermination expérimentale de l'état de la molécule ne peut se faire que dans l'espace  $\{|\psi_G\rangle, |\psi_D\rangle\}$ . Il faut donc exprimer l'évolution temporelle du système dans cette base là! Pour cela, on se dote d'une CI dans cette base, on considère  $|\psi(t=0)\rangle = |\psi_G\rangle$  soit  $a_S(t=0) = a_A(t=0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

$$\begin{aligned}|\psi(t)\rangle &= a_S(t)|\psi_S\rangle + a_A(t)|\psi_A\rangle \\ |\psi(t)\rangle &= a_G(t)|\psi_G\rangle + a_D(t)|\psi_D\rangle\end{aligned}$$

On se souvient alors de la définition des états symétrique et anti-symétrique :

$$|\psi_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_G\rangle + |\psi_D\rangle)$$

$$|\psi_A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_G\rangle - |\psi_D\rangle)$$

que l'on peut injecter à volonté dans la décomposition de  $|\psi(t)\rangle$  :

$$|\psi(t)\rangle = a_S(t)\frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_G\rangle + |\psi_D\rangle) + a_A(t)\frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_G\rangle - |\psi_D\rangle)$$

$$|\psi(t)\rangle = a_G(t)|\psi_G\rangle + a_D(t)|\psi_D\rangle$$

On a donc, en factorisant par  $|\psi_G\rangle$  et  $|\psi_D\rangle$  et par unicité de l'écriture :

$$a_G(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_S(t) + a_A(t))$$

$$a_D(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_S(t) - a_A(t))$$

Ce qui permet d'avoir l'expression de notre état random dans la base  $\{|\psi_G\rangle, |\psi_D\rangle\}$  :

$$|\psi(t)\rangle = a_G(t)|\psi_G\rangle + a_D(t)|\psi_D\rangle$$

$$|\psi(t)\rangle = \frac{e^{-i\omega_0 t}}{2} [(e^{-i\omega_A t} + e^{i\omega_A t})|\psi_G\rangle + (e^{i\omega_A t} - e^{-i\omega_A t})|\psi_D\rangle]$$

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\omega_0 t} [\cos(\omega_0 t)|\psi_G\rangle + i \sin(\omega_0 t)|\psi_D\rangle]$$

On vérifie bien que  $|\psi(t=0)\rangle = |\psi_G\rangle$  c'est cohérent avec ce qu'on avait posé donc c'est cool!

Regardons maintenant la probabilité de transition de l'état G vers l'état D  $\mathcal{P}_{G \rightarrow D}(t) = |\langle \psi(t) | \psi_D \rangle|^2$

$$\mathcal{P}_{G \rightarrow D}(t) = |a_D(t)|^2$$

$$\mathcal{P}_{G \rightarrow D}(t) = \sin^2(\omega_0 t)$$

Physiquement, cela signifie qu'on a donc des oscillations entre les deux états *physiques* du système G et D (ce sont les deux états mesurables du système)

### OdG

L'oscillation se fait à une fréquence  $f_0 = 2\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{A}{\hbar\pi}$ . En OdG, on trouve  $f_0 = 24.2$  GHz cohérent avec la valeur mesurée expérimentalement, le modèle est bon! Ça veut aussi dire que toute les  $1/f_0 = 4 \times 10^{-11}$  s l'atome d'azote change de position

## 3 Évolution forcée

### 3.1 Forçage constant

↪ *Basdevant p.136*

La molécule d'ammoniac possède un moment dipolaire permanent  $d$  du fait de la différence d'électro-négativité entre les atomes d'azote et d'hydrogène. Ainsi, elle peut interagir avec un champ électrique  $\mathcal{E}$  via l'énergie d couplage

$$W = -d\mathcal{E}$$

Or ce moment dipolaire est directement lié à la position de l'azote : il peut valoir (valeurs propres)  $\pm d_0$ , suivant s'il est situé à droite  $|\psi_D\rangle$  ou à gauche  $|\psi_G\rangle$  :

$$\hat{d} = d_0 \sigma_z$$

Dans la base  $(|\psi_G\rangle, |\psi_D\rangle)$ , mais la base qui nous intéresse est  $(|\psi_S\rangle, |\psi_A\rangle)$ , dans cette dernière on peut réécrire

$$\hat{d} = d_0 \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & d_0 \\ d_0 & 0 \end{pmatrix}$$

**OG**

Il s'agit d'un observable, on peut donc mesurer la valeur de  $d_0$ . On trouve expérimentalement  $d_0 \sim 3 \cdot 10^{-11} \text{ eV} \cdot \text{m} \cdot \text{V}^{-1}$

On pose alors  $\eta = d_0 \mathcal{E}$  de sorte que le hamiltonien devienne

$$H = \begin{pmatrix} E_0 - A & -\eta \\ -\eta & E_0 + A \end{pmatrix} = E_0 \mathbb{1} - \sqrt{A^2 + \eta^2} \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix}$$

Avec

$$\tan 2\theta = \frac{\eta}{A}$$

On fait ce changement de variable afin de pouvoir exprimer simplement les états propres

$$\begin{cases} |\psi_-\rangle = \cos \theta |\psi_S\rangle + \sin \theta |\psi_A\rangle \\ |\psi_+\rangle = -\sin \theta |\psi_S\rangle + \cos \theta |\psi_A\rangle \end{cases} \implies \begin{cases} H|\psi_-\rangle = (E_0 - \sqrt{A^2 + \eta^2}) |\psi_-\rangle \\ H|\psi_+\rangle = (E_0 + \sqrt{A^2 + \eta^2}) |\psi_+\rangle \end{cases}$$

Donc les états dégénérés s'écartent encore plus !

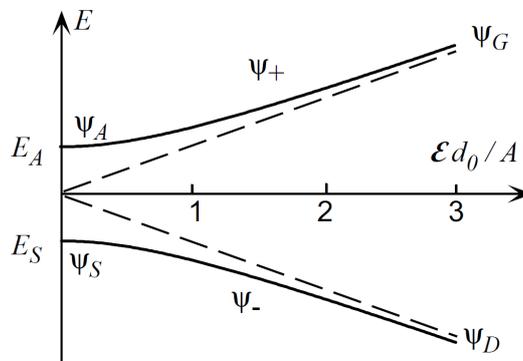


FIGURE 3.1 – Écartement des niveaux énergétiques sous l'effet d'un champ statique

On peut étudier chacun des cas limites :

**Champ faible** On a  $\eta \ll A$  donc

$$E_{\pm} = E_0 \pm \left( A + \frac{\eta^2}{2A} \right)$$

$$|\psi_-\rangle = |\psi_S\rangle + \frac{\eta}{2A} |\psi_A\rangle \quad |\psi_+\rangle = |\psi_A\rangle + \frac{\eta}{2A} |\psi_S\rangle$$

On retrouve un coefficient propre à la molécule  $\alpha = \frac{d_0^2}{A}$  appelé polarisabilité (telle que le moment dipolaire est  $D = \alpha \mathcal{E}$ ). Le déplacement des énergie évolue quadratiquement avec  $\mathcal{E}$  puisque :

$$W = -d\mathcal{E} = -\alpha \mathcal{E}^2$$

**Champ fort** Dans ce cas, on polarise la molécule et on se rapproche des cas limites

$$E_{\pm} = E_0 \pm \eta \quad |\psi_{-}\rangle = |\psi_D\rangle \quad |\psi_{+}\rangle = |\psi_G\rangle$$

On atteint la limite de polarisation de la molécule, le moment dipolaire est saturé à  $d = \pm d_0$ . Il est donc logique de retrouver une évolution linéaire en  $\mathcal{E}$  dans l'énergie.

Entre ces deux cas, deux effets sont en compétition : d'une part la structure même de la molécule tend à homogénéiser les deux puits en les remplissant équitablement  $|\psi_S\rangle$ . D'autre part, le champ extérieur tend à briser cette symétrie en sélectionnant un seul des puits  $|\psi_D\rangle$ .

### 3.2 EFFET MASEEEEEEEEEEEEEER

♣ *Basdevant, p.140*

♣ *Le Bellac, p.158*

Maintenant on va regarder un cran au-dessus et prendre un champ électrique extérieur oscillant à une pulsation  $\omega$  toujours noté  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$ . En notant  $\eta = d_0 \mathcal{E}_0$ , le Hamiltonien s'écrit :

$$H = \begin{pmatrix} E_0 - A & -\eta \cos(\omega t) \\ -\eta \cos(\omega t) & E_0 + A \end{pmatrix}$$

On ne peut plus parler d'états stationnaires et il faut alors résoudre l'eS pour un état  $|\psi(t)\rangle = a(t)|\psi_S\rangle + b(t)|\psi_A\rangle$  (oui on a changé de notations, il faut évidemment pas faire ça à l'oral mais ici c'est les notations du Basdevant donc on leur accorde une petite place)

#### Remarque

Ici on va développer les calculs avec  $E_0$  et  $A$  mais on pourrait très bien partir directement du Hamiltonien avec les pulsations définies dans la section 2

L'écriture de l'eS donne deux équations (même chose que tout à l'heure vous les obtenez de la manière dont vous voulez) :

$$\begin{cases} i\hbar \dot{a} = (E_0 - A)a - \eta b \cos \omega t \\ i\hbar \dot{b} = (E_0 + A)b - \eta a \cos \omega t \end{cases}$$

en divisant par  $\hbar$  on fait apparaître la pulsation  $\omega_1 = \frac{\eta}{\hbar}$  et  $\omega_A = 2\frac{A}{\hbar}$

On a les équations de départ, pour aller plus loin on effectue la méthode du référentiel tournant dont les calculs sont présentés dans le ♣ *Basdevant, p.141*. Il est important de noter que dans ce cas de forçage sinusoïdal, le problème n'est pas solvable analytiquement dans le cas général. Nous ne présenterons des résultats que dans le cas d'un forçage résonant, c'est à dire pour  $\omega = \omega_0$  en négligeant les termes *oscillant rapidement*, ie les termes en  $e^{\pm(i\omega_A + \omega t)}$ . Physiquement, on force en envoyant un signal oscillant à la fréquence correspondante à l'écart d'énergie entre les états A et S. On force ainsi les transferts entre ces deux états (émission stimulée tout ça tout ça.. cf ♣ *Basdevant, p.142*)

Dans ce cas, la probabilité de transition d'un système initialement dans l'état A vers l'état S  $P_{A \rightarrow S}(\omega = \omega_0)$  s'écrit :

$$P_{A \rightarrow S}(\omega \sim \omega_A)(t) = \frac{\omega_1^2}{(\omega - \omega_A)^2 + \omega_1^2} \sin^2 \left( \sqrt{(\omega - \omega_A)^2 + \omega_1^2} \frac{t}{2} \right)$$

Formule due à Rabi! En particulier, la valeur maximum de cette probabilité de transition  $\mathcal{P}^{max}$  est une lorentzienne de  $\omega$ .

$$\mathcal{P}^{max}(\omega) = \frac{\omega_1^2}{(\omega - \omega_A)^2 + \omega_1^2}$$

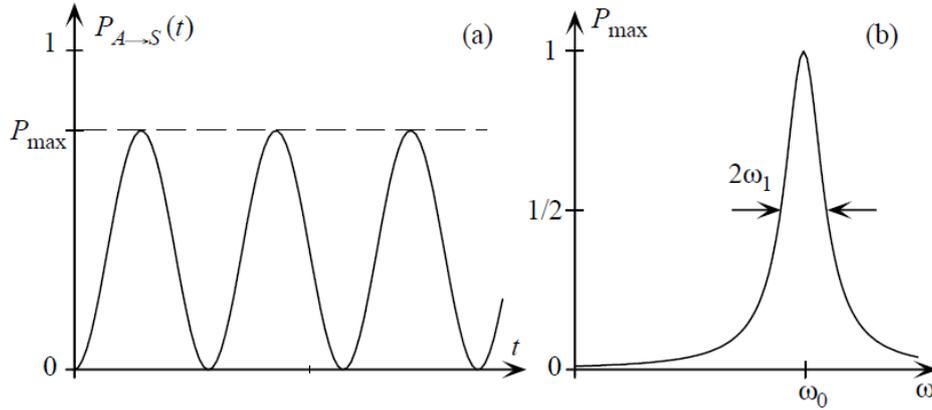


FIGURE 3.2 – Oscillations de Rabi

### 3.3 RMN

La force de cette étude est quelle est extrapolable à tout système à deux niveau! En particulier pour les spin 1/2... On utilise aussi les oscillations de RABI dans la RMN. On a juste à dresser le tableau d'analogie!

#### Analogie MASER / RMN

$$(|\psi_S\rangle, |\psi_A\rangle)$$

$$(|+\rangle, |-\rangle)$$

$$H = \begin{pmatrix} E_0 - A & -\eta \cos(\omega t) \\ -\eta \cos(\omega t) & E_0 + A \end{pmatrix}$$

$$H = -\frac{\gamma g}{2} \begin{pmatrix} B_0 & B_1 e^{-i\omega t} \\ B_1 e^{i\omega t} & -B_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} i\hbar \dot{a} = (E_0 - A)a - \eta b \cos \omega t \\ i\hbar \dot{b} = (E_0 + A)b - \eta a \cos \omega t \end{cases}$$

$$\begin{cases} i\dot{a} = 1/2\omega_0 a + 1/2b\omega_1 - i\omega t \\ i\dot{b} = -1/2\omega_0 b + 1/2a\omega_1 + i\omega t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = a e^{i(E_0 - A)t/\hbar} \\ \beta = b e^{i(E_0 + A)t/\hbar} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = a e^{i\omega t/2} \\ \beta = b e^{-i\omega t/2} \end{cases}$$

$$\omega_A = \frac{2A}{\hbar} \quad \omega_1 = \frac{\eta}{\hbar}$$

$$\omega_A = -\frac{\gamma g B_0}{\hbar} \quad \omega_1 = \frac{\gamma g B_1}{\hbar}$$

$$P_{A \rightarrow S}(\omega = \omega_0) = \sin^2 \frac{\omega_1 t}{2}$$

$$P_{- \rightarrow +}(\omega = \omega_0) = \sin^2 \frac{\omega_1 t}{2}$$

### Questions

Comment prendre en compte l'émission spontanée dans les équations? Comment expliquer à un élève l'émission stimulée? Quelles différences entre émissions stimulée et spontanée? Comment créer l'inversion de population pour le MASER? Pour un laser? Possible de réaliser l'inversion avec deux niveaux? Comment fonctionne un laser à trois niveaux? Vous avez seulement présenté des pulses pi, quelles utilisations des pulses pi/2? Comment expliquer à un élève, sans calcul ("puisque vous avez quand même fait beaucoup de calculs"), l'écart d'énergie entre les états symétrique et antisymétrique? Elles voulaient apparemment un raisonnement avec la forme du puits et avec la relation d'incertitude, j'ai pas vraiment compris. Comment sélectionner les vitesses des atomes en entrée du MASER à ammoniac? Quelle distribution de vitesse? Quelle influence sur les molécules en sortie du dispositif? Sur l'émission?