

MP26 - Mesures de longueurs

Clément (de la Salle et Colléaux)

1^{er} avril 2020

Niveau : L3

Bibliographie

- ✦ **Kittel** diffraction des électrons p.27
- ✦ notice du dispositif P93.1/P93.6 Jolidon int. par biréfringence p.233

Prérequis

>

Expériences



Table des matières

Table des matières	1
1 Mesure de longueurs macroscopique	2
2 Mesure de longueurs micrométriques	3
2.1 Mesure avec le vernier	3
2.2 Mesure par spectrométrie	4
2.3 Mesure des variations d'épaisseur de la lame	5
3 Mesure de longueurs picométriques	6
4 Commentaires	8

Introduction

Attention à ce que ce montage ne traîne pas trop en longueur... HAHAHA on s'amuse comme on peut pour occuper le confinement.

En gros, dire qu'historiquement, on choisissait des étalons (corps humain même!) mais ça pose évidemment quelques problèmes, pour comparer les étalons entre eux, ça change de le temps etc. Aujourd'hui, définition avec la vitesse de la lumière, mais on est capable de mesurer des distances / longueurs avec d'autres méthodes, jusqu'à mesurer de toutes petites distances!

1 Mesure de longueurs macroscopique

But

Présenter un système utilisé par exemple dans les sonars

Expérience : Télémétrie acoustique

✍ Jolidon

⌚ 5 min

On place un émetteur ultrasonore (40 kHz) et un détecteur côte à côte. On envoie des burst sinusoïdaux et on mesure Δt , le temps de vol.

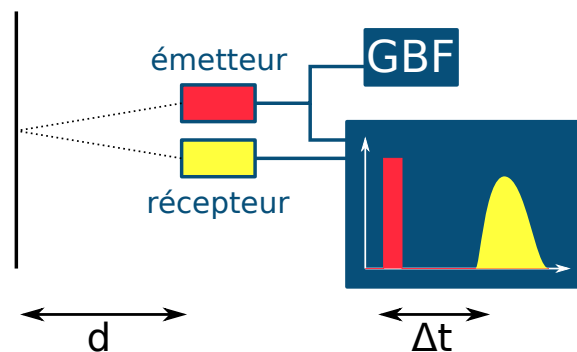


FIGURE 1.1 – Schéma du montage

On a alors

$$d = \frac{c\Delta t}{2}$$

On peut donc faire un étalonnage en préparation, pour mesurer notamment c (pourquoi pas rajouter un point à la droite en live). Puis prendre un d complètement random et faire une mesure, que l'on comparera à la valeur obtenue avec une règle ou un télémètre commercial.

Attention à la manière dont on mesure Δt ... Il est clair que pour le pulse émis, on prend le début du pulse. Mais le pulse reçu est très déformé (pas de dispersion hein! Juste les piezzo qui foutent la merde, on peut modéliser l'émetteur par un passe-bande du second ordre), est-ce qu'on choisit le début, le maximum d'intensité?

En fait une méthode utilisée en détection de particules, c'est de choisir une fraction de l'intensité maximale (genre la moitié) et de s'y coller pour toutes les mesures. En tout cas, ce qui est bien avec ce genre de débat c'est que tout le monde est d'accord : "faut surtout pas prendre au début!" (selon Marc VINCENT et DUFFAIT (pas trouvé la page)), "il faut donc prendre le début" selon la correction 2014... Je

pense que le tout c'est de savoir pourquoi on choisirait l'un ou l'autre. Perso j'aurai pris le début pour s'affranchir du régime transitoire mais bon, je me serai fait incendié par Vincent.

Autre souci : si on prend en entrée 1 le signal envoyé par le GBF, on n'a pas forcément la référence absolue du temps, vu que l'émetteur lui aussi modifie la forme du signal... C'est pas grave, on peut le prendre en compte en choisissant une modélisation affine plutôt que linéaire!

Dernier souci : en vrai, c'est pas vraiment $2d = c\Delta t$ puisque le trajet doit nécessairement être incliné... On peut faire un petit théorème de PYTHAGORE pour montrer que c'est négligeable.

Autre méthode

On peut s'affranchir des précédents problèmes en envoyant une sinusoïde et en comptant le nombre de longueurs d'ondes balayées lorsque l'on parcourt Δd .

On n'a certes, plus les problèmes de paquet d'onde dégueu, mais concrètement c'est bof puisque ça nécessite d'avoir un étalon (une longueur de référence connue précisément à partir de laquelle on commence à balayer les distances). En plus en pratique faudrait être en mesure de déplacer l'objet dont on souhaite connaître la distance... C'est pas ouf notamment pour les sonars!

2 Mesure de longueurs micrométriques

2.1 Mesure avec le vernier

But

Montrer une première manière naïve de mesure d'épaisseur...

Expérience : Mesure d'une épaisseur de lame

☞ Duffait p.88 + Sextant p.150

⌚ 5 min

- Se placer en lame d'air au contact optique avec une source de lumière blanche étendue
- À l'aide d'une lentille de projection, conjuguer l'écran avec l'infini afin d'observer directement les interférences
- Placer la lame sur le trajet d'un des deux rayons
- Revenir au contact optique et noter d la distance parcourue par le vernier

On a introduit une différence de chemin optique compensée ensuite par translation du vernier :

$$d = 2(n - 1)e$$

Si on connaît précisément n , on remonte alors à e ... Mais me direz-vous, ce n'est pas une mesure interférométrique puisque tout se fait au vernier! autant foutre la lame directement dans le vernier et s'en servir comme d'un pied à coulisse!... Et vous avez raison, c'est pourquoi voici une expérience bonus pour se faire pardonner.

L'intérêt de cette première sous-partie est assez limité du coup... Si on arrive à faire marcher la manip' de mesure des variations d'épaisseur de la lame, alors c'est mieux!

2.2 Mesure par spectrométrie

Utilisons maintenant toute la puissance cachée du fils de Michel!

But

Mesurer la même épaisseur que précédemment mais avec plus de précision en utilisant un spectre cannelé.

Quand le Michelson est réglé en lumière blanche au contact optique, on rajouter la lame de verre dans un des bras. Cela introduit une différence de marche $\delta = 2(\Delta n(\lambda))e$ approximé en $\delta = 2\Delta ne$ avec e l'épaisseur de la lame de verre que l'on cherche à mesurer. L'intensité est donc en $I_0 \left((2 + \cos \frac{2\pi 2\Delta ne}{\lambda}) \right)$

La figure d'interférence est maintenant un blanc d'ordre supérieur et donc caractérisée par un spectre cannelé. Cela est cohérent avec le fait que la condition d'interférences constructives $\delta = p\lambda$ sélectionne certaines longueurs d'ondes, idem pour la condition d'interférences destructives $\delta = (p + 1/2)\lambda$. Ainsi, en mesurant le nombre de cannelures, de minima d'intensité, entre un λ_1 et un λ_2 on pourra remonter à Δn .

En effet, par définition, si λ_1 et λ_2 sont des minima d'intensité, on a

$$\begin{aligned}(p_1 + 1/2)\lambda_1 &= \delta \\ (p_2 + 1/2)\lambda_2 &= \delta\end{aligned}$$

Or, nous n'avons pas la mesure de p_1 et de p_2 , seulement de leur différence qui nombre de cannelures entre λ_1 et λ_2 .

On a alors :

$$p_2 - p_1 = 2e\Delta n \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)$$

ce qui donne

$$e = (p_2 - p_1) \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{1}{2\Delta n} \quad (2.1)$$

La mesure de λ_1, λ_2 et de $p_2 - p_1$, le nombre de cannelures entre λ_1 et λ_2 permet donc de connaître e !

Expérience : Mesure de l'épaisseur de la lame de verre par spectroscopie

➤ Duffait, p.88, TP

⊗ ?

- Commencer par régler l'interféromètre de Michelson en lumière blanche au contact optique en réduisant la lame d'air et pour l'instant **sans** la lame de verre. Ne pas hésiter à expliquer comment on règle au contact optique en lumière blanche pour étaler toute sa technique devant le jury.
- Comme on est en lame d'air on n'oublie pas de projeter la figure d'interférence sur le spectro
- Rajouter la lame de verre dans un des bras du Michelson, et observer le spectre au spectro.
- Choisir λ_1 et λ_2 qui doivent être assez éloignés pour diminuer les incertitudes mais pas trop éloignés non plus pour pouvoir toujours considérer Δn indépendant de λ

Incertitudes

- Il faut faire gaffe ici car il faut faire la propagation d'incertitude sur $\lambda_1 \lambda_2$ puis sur l'expression de e
- L'incertitude sur Δn , donc sur l'indice de la lame, doit être très faible pour profiter au mieux de la puissance de cette méthode.

2.3 Mesure des variations d'épaisseur de la lame

Y a une manip ici : [Sextant p.150](#) mais franchement c'est à peine détaillé et on comprend pas grand chose... Je vais essayer d'être clair pour mon moi du futur, mon binôme et tous ceux qui passeront ici les années suivantes (je les embrasse d'ailleurs, envoyez moi un petit message ça mange pas de pain :))

Expérience : Mesure des défauts sur la lame de verre

☞ Sextant p.150

⊖ 5 min

- Utiliser un faisceau monochromatique afocal élargit : laser + microscope ($f \sim 5 \text{ mm}$) + lentille ($f \sim 150 \text{ mm}$).
- Obtenir une teinte plat (contact optique???)
- Interposer la lamelle dans un bras, des variations de couleur apparaissent
- Projeter l'image de la lamelle sur l'écran
- Charioter légèrement pour déterminer si on a affaire à des bosses ou des trous.

Alors comment ça marche Jamy!?! Mille schéma valent mieux que mille lignes de texte... Non, mille schéma valent mieux qu'une... Un schéma vaut mieux qu'une ligne de... Bref on s'amuse beaucoup aujourd'hui :)

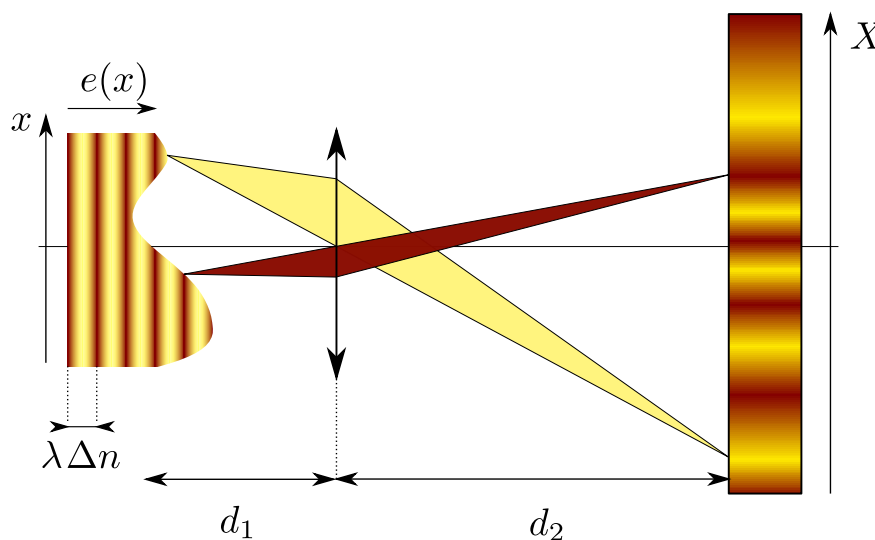


FIGURE 2.1 – Les interférences sont délocalisées donc en particulier, on les retrouve sur la lamelle. Je suis à présent un expert en dégradés sur Inskcape si jamais quelqu'un a besoin...

Remarques

- Déjà faut repasser en monochromatique, sinon on ne peut pas associer à chaque variation d'intensité une unique valeur de déformation
- Utiliser une source quasi-ponctuelle de sorte que les interférences soient délocalisées (ça on peut le vérifier expérimentalement en bougeant / enlevant la lentille de projection). On peut alors conjuguer l'écran avec le plan de la

lamelle, pour observer directement ce qu'il s'y passe!

- Faut que la lamelle soit parfaitement perpendiculaire aux rayons?... À tester en manip'!!!
- C'est ce genre de méthode qui est utilisée pour LIGO et VIRGO pour avoir des miroirs bien plats : on envoie des atomes là où il en manque.

Évidemment, il n'y a pas d'interférences directement dans la lamelle comme représenté... Cette situation correspondrait à une superposition de deux faisceaux : un faisceau classique, ralenti par le verre et un faisceau "magique" qui ne descend pas n , mais qui interfère quand même avec le premier. En fait notre situation est équivalente à celle qui vient d'être décrite puisque dans l'un des bras, le faisceau ne subit aucune influence de la lamelle, alors que dans l'autre oui.

En considérant que $e(x)$ varie peu, on a une relation de proportionnalité entre les distances sur l'écran et celles sur la lamelle :

$$\frac{x}{d_1} = \frac{X}{d_2}$$

Ainsi, les tâches sur l'écran nous donne directement accès à la topologie de la lamelle!

Remarquons cependant, qu'on ne peut pas savoir si une tâche claire correspond à une bosse ou à un creux... Pour la savoir, il faut chariotter, ce qui revient sur le schéma à traduire les interférences dans la lamelle. Suivant l'évolution de la couleur, on en déduit si c'était une bosse ou pas.

Ainsi, on peut mesurer la taille typique des creux et des bosses tant qu'elle sont pas plus petites que $\lambda/4$...

3 Mesure de longueurs picométriques

But

Mesurer une distance picométrique en utilisant la diffraction des électrons.

Nous allons illustrer la mesure d'une longueur picométrique par la détermination de la distance d séparant deux plans réticulaires du graphite, d étant de l'ordre de la centaine de pm. Nous utiliserons pour cela la diffraction des électrons par une poudre (méthode dite de Debye-Scherrer). La diffraction est possible grâce au caractère ondulatoire des électrons, illustrée par sa longueur d'onde de de Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$ où p est l'impulsion de l'électron.

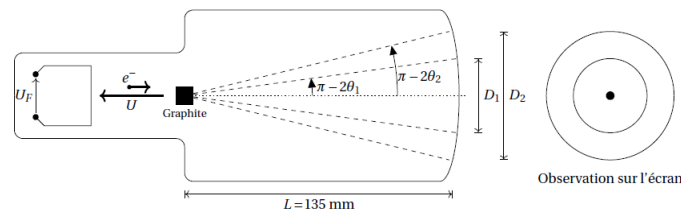


FIGURE 3.1 – Caption

On présente ici une représentation schématique du dispositif P93.1/P93.6. La formule de de Broglie nous indique que pour avoir des électrons de longueur d'onde de l'ordre de la centaine de pm, nécessaire pour être diffracté par les plans réticulaires, il faut que les électrons aient une grande impulsion (on va vite mettre des chiffres sur "grande" vous en faites pas).

Pour se faire, on produit des électrons avec un filament chauffant et on les accélère entre une anode et une cathode qui produisent une tension. Cette méthode d'accélération a pour avantage de produire un faisceau d'électrons monocinétiques et par conséquent monochromatique.

Pourquoi pas des rayons X ?

On utilise ici la diffraction d'électron mais en théorie des rayons X, de longueur d'onde comprise entre 10^{-8} et 10^{-12} m, pourraient convenir mais sont très ionisants et très dangereux pour l'être humain. Comme on ne veut pas tuer le jury on utilisera donc des électrons.

Un peu ce calcul maintenant :

On note U la tension accélératrice entre l'anode et la cathode et e, m la charge et la masse de l'électron. Leur énergie cinétique E_c peut s'écrire de deux façons que l'on égale à loisir :

$$E_c = eU = \frac{p^2}{2m}$$

expression qui nous permet d'avoir la longueur d'onde des électrons accélérés :

$$\lambda(U) = \frac{h}{2meU}$$

La diffraction nécessite $\lambda < \sim 100$ pm donc $U > U(100\text{pm})150$ V. Pour être large au vu de cette condition, on prend des tensions supérieures au kV avec notamment $\lambda(U = 1\text{kV}) = 89$ pm qui satisfait donc la condition de diffraction.

Une fois le faisceau d'électrons créé, il est focalisé (par une électrode spécifique) sur une poudre de graphite. Celui-ci diffracte donc les électrons et dans des directions bien précises par rapport au faisceau incident, directions données par la loi de Bragg :

$$\lambda = 2d \sin \theta$$

avec θ l'angle de diffraction et d la distance entre deux plans réticulaires. L'objet diffractant est une poudre donc toutes les directions ϕ de rayonnement diffracté sont possibles (ϕ est l'autre angle des coordonnées sphériques), on observe donc des anneaux dont la taille D est fixée par l'angle θ .

Dans l'approximation des petits angles, $\sin \theta$ devient $\frac{D}{L}$ et on a $\lambda = d \frac{D}{2L}$. On injecte cette relation dans $\lambda(u)$ et on obtient :

$$\frac{1}{D} = d \frac{\sqrt{2me}}{2hL} \sqrt{U}$$

Expérimentalement on mesure donc le diamètre des anneaux de diffraction pour plusieurs tensions U et on trace $(\frac{1}{D}) (\frac{\sqrt{2me}}{2hL} \sqrt{U})$ dont la modélisation linéaire nous donne un coefficient directeur de d .

Expérience : Mesure du paramètre de maille a par la méthode de Debye-Scherrer



- On utilise la manip toute prête dans la collection (P96.1 et P93.6), BIEN LIRE LA DOCUMENTATION POUR LES BRANCHEMENTS QUI SONT TOUT SAUF INTUITIFS et on fait gaffe car 1 kV ça envoie du lourd
- En l'allumant on observe deux anneaux donc deux plans réticulaires diffractent les électrons
- On peut approcher un aimant et vérifier qu'il dévie bien les anneaux : on a bien un rayonnement chargé
- Pour plusieurs U entre 1 et 5 kV (lues sur l'alimentation car nos voltmètres ne supportent

pas le kV), prendre en photo les anneaux avec un papier millimétré derrière pour faire la mesure des diamètres D_i sur ImageJ. faire une mesure des deux D_i pour une tension devant le jury.

— Les valeurs tabulées pour le graphène sont $d_1 = 213$ pm et $d_2 = 123$ pm

Incertitudes

- Incertitude sur l'affiche de la tension, on peut prendre un demi-digit
- Incertitude à prendre sur la lecture des D_i qui sera surement prépondérante vue la qualité du mode opératoire
- Petite propagation des incertitudes qui va bien

Questions

- ★ Longueur d'onde des électrons ? Et rayons X ?

10 pm pour les électrons plutôt 100 pm pour rayons X.

- ★ À quoi servent les lentilles ?

À projeter la figure d'interférence sur le spectro

- ★ À quoi on conjugue l'écran ?

Les miroirs en coin d'air

- ★ Comment ils font LIGO et VIRGO pour avoir des miroirs ultra plans ?

Ils envoient des atomes là où il en manque (on le sait grâce à la figure d'interférence)

- ★ Spectromètre ou spectrophotomètre (ou spectroscopie ?)

Spectromètre : mesure du spectre, spectrophotomètre : dans UV-visible

- ★ Mesurer le début ou le maximum du pulse reçu ?

Pour les détecteurs de particules, on choisit une certaine fraction de la valeur maximale (genre la moitié) et on s'y tient à chaque mesure. Prendre le max, c'est supposer que le système de réception ne change pas le max...

4 Commentaires

- Pour la manip du spectro, la formule des minimas est donnée au contact optique exact... Faire gaffe à prendre ça en compte dans les incertitudes
- Utiliser les petits spectros noirs qui ont la meilleure résolution
- Pour la mesure précisée au Michelson commencer au contact optique
- Utiliser une lame de verre mince mais il faut l'indice avec une ÉNOOOOORME précision (petites lames de microscope dont on connaît la matière)

le spectre cannelé il est dans cette leçon, dans le montage d'interférences et dans le montage biréfringence
À faire alors ! En plus j'aime bien