



Exemples d'asservissements linéaires continus

- *Rédaction du cours et travail expérimental associé :*

Jean-Baptiste Desmoulins (P.R.A.G.)
mail : desmouli@physique.ens-cachan.fr

- Problématique :

Lorsque l'on réalise un système bouclé, on peut être amené à s'intéresser à différents paramètres : la précision, la rapidité, la robustesse de la stabilité, etc...

Si on travaille avec un signal d'entrée constant (régulation), il sera souvent important d'avoir un système précis (élimination de l'erreur statique afin de suivre la valeur de consigne).

Si on travaille avec un signal d'entrée qui fluctue dans le temps (asservissement), on sera amené à s'intéresser à la dynamique du système et notamment à sa rapidité (attention alors à la stabilité...). Il faudra donc choisir des signaux test comme des créneaux ou des sinusoides...

- L'identification :

Avant de penser à boucler, il va falloir caractériser le système étudié. C'est l'étape d'identification. Plusieurs problèmes vont se poser.

- quels tests réaliser (forme des signaux, fréquence, amplitude, point de fonctionnement choisi...).
- quel modèle choisir une fois que l'on a obtenu une réponse. En effet, on peut utiliser les modèles plus ou moins rustiques : un premier ordre, un second ordre... Il existe également des méthodes empiriques adaptés à certaines applications particulières.
- le modèle est-il satisfaisant ? En effet, lors de l'identification, on peut se contenter d'un modèle rustique qui conduira à des performances réelles du système asservi différentes de ce que l'on attendait... Si l'écart est préjudiciable, on devra revenir sur le modèle pour en choisir un qui sera plus adapté...

- Le calcul du correcteur :

Une fois que l'on a obtenu un modèle supposé satisfaisant, on doit choisir un correcteur qui va réaliser les améliorations décidées...

rq : Dans le TP, on choisira une démarche différente puisque l'on testera plusieurs types de corrections pour vérifier ce qu'elles apportent comme améliorations...

- Pourquoi ça ne marche pas ?

Il arrivera que le système ne réponde pas aux signaux tests malgré des calculs corrects... Dans notre démarche, les systèmes étudiés sont parfaitement linéaires. Dans la pratique, ces derniers comportent bon nombre de non-linéarités (tension de commande en entrée du hacheur prise en compte uniquement dans la plage [0V ; 10V], sortie des correcteurs analogiques qui sature au-delà de la plage [-15V ; +15], ...). On devra donc penser à jeter un coup d'œil en sortie du correcteur pour voir si ce dernier délivre des signaux réellement pris en compte par le système...

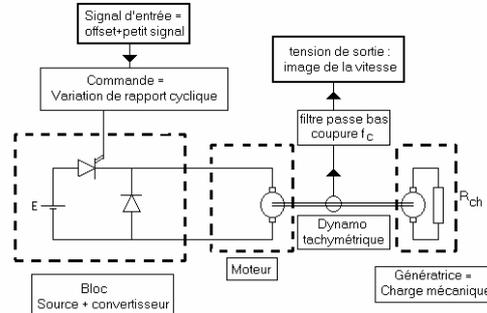
I. Asservissement de vitesse d'une machine à courant continu.

L'objectif de cette expérience est de commander une machine à courant continu en vitesse, en faisant en sorte que ce paramètre soit indépendant de l'état de la machine (alimentation électrique, ou charge mécanique...). Une fois le système corrigé, le gain statique (qui définit l'état en régime permanent) ne doit plus faire intervenir les paramètres du système (qui sont susceptibles de fluctuer).

I.1. Identification du système.

I.1.1. Présentation de la boucle ouverte et réglages préliminaires.

• On va alimenter un hacheur série non réversible en courant par une alimentation stabilisée de tension de sortie à priori fixée (elle peut par exemple représenter un pont redresseur à diode branché sur le réseau). L'alimentation stabilisée E sera réglée à 25V et devra pouvoir délivrer au moins 3A (à vérifier)



La seconde machine placée sur l'arbre de rotation et qui débite dans une résistance R_{ch} est destinée à appliquer un couple résistant sur la moteur. Ce couple sera d'autant plus important que le courant qui la traverse est grand. A une vitesse donnée, cela signifie que le couple résistant est d'autant plus important que la résistance R_{ch} est faible.

• Quelle type de modèle peut-on attendre ?

- Le hacheur peut être vu comme un gain statique (éventuellement avec un retard dont on peut légitimement négliger l'effet si la fréquence de hachage est de 10 kHz environ, ce qui est impératif dans cette expérience).
- Le moteur à courant continu peut être vu, vis à vis de sa réponse en vitesse, comme un filtre passe-bas d'ordre 2. On peut adopter un modèle de passe-bas d'ordre 1 si ce système est très amorti (constante de temps mécanique forte à cause de l'inertie...). En effet, dans ce cas, les fréquences de coupure sont séparées, et si les harmoniques du signal de test sollicitent principalement la bande passante et le début de la première coupure (zone à -20 dB/décade), le système répondra pratiquement comme si la seconde coupure n'existait pas...
- La dynamo tachymétrique est une petite machine à courant continu. Il s'agit donc à priori d'un système passe bas d'ordre deux. Cependant, cette machine est de petite taille et présente donc une faible inertie. On supposera que la plage de fréquence dans laquelle on va solliciter le moteur est située à des fréquences assez faibles devant les fréquences de coupure introduites par la dynamo. Cette dernière peut donc être représentée comme un simple gain dans cette expérience. Ce capteur est en général très bruité, il va donc falloir filtrer sa sortie avec un passe bas qui élimine une partie suffisante du bruit. On fera cependant en sorte que la fréquence de coupure reste assez élevée devant les fréquences de coupure du système étudié, afin de pouvoir négliger la contribution du filtre dans la dynamique de réponse de l'ensemble. On prendra une fréquence de coupure de 1kHz (justifier ce choix).

• Problème du choix des caractéristiques du signal de test :

Pour identifier la boucle ouverte, le signal d'entrée du système est appliqué à l'entrée de commande du rapport cyclique du hacheur. On fera en sorte d'appliquer un créneau de quelques Hz en entrée (justifier). On choisira une composante continue et une amplitude de créneaux judicieuse.

• Essai préliminaire en boucle ouverte :

Pour une vitesse donnée (à mesurer et à conserver pour la suite) on fait passer la tension d'alimentation du hacheur de 20 V à 18V. Mesurer la variation de vitesse. Pour la même vitesse initiale sous 20V, on fait varier brutalement (d'une façon reproductible pour la suite) la résistance de charge (faire un court circuit d'une partie du rhéostat sur la seconde machine). Mesurer là encore la variation relative de vitesse. Conclusion de ces deux expériences ?

I.1.2. Identification de la boucle ouverte.

La forme, l'amplitude et la fréquence du signal étant choisies, il faut maintenant l'appliquer sur l'entrée de commande du hacheur. On observe la réponse (sortie filtrée de la dynamo tachymétrique). Compte tenu de la réponse, choisir un modèle, le justifier et identifier les paramètres de ce dernier.

I.2. Boucle fermée.

On utilisera le boîtier comparateur/correcteur fourni. Pour avoir une réponse en vitesse indépendante de l'état du système en régime permanent, quel correcteur peut-on réaliser ? Comment choisir le correcteur et ses paramètres ? Dans un premier temps, on calculera le correcteur afin qu'il conduise à un temps de réponse en boucle fermée identique à celui que l'on avait en boucle ouverte.

Une fois la boucle fermée, ajuster le point de fonctionnement afin d'avoir un système qui répond correctement (le signal d'entrée est une simple composante continue). Noter la plage sur laquelle la tension de sortie suit exactement la tension d'entrée. Pour que le système soit asservi, il faudra que la tension de commande reste dans cette plage pour la suite.

Pour un signal de commande à un niveau tel que le système suit, faire varier la tension E , puis la charge de la même façon que lors de l'essai du même type en boucle ouverte. Conclure. Relever jusqu'à quel point on peut faire varier E , tout en ayant une sortie qui suit parfaitement l'entrée. Pourquoi le système finit-il par décrocher ? De même, observer le transitoire lors d'une brutale variation de couple.

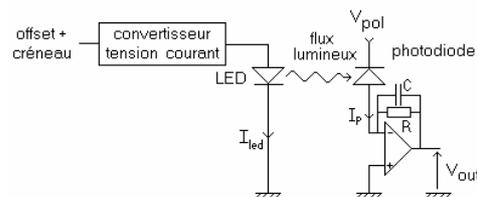
On superpose maintenant un signal en créneaux à la composante continue, en prenant garde de maintenir le signal d'entrée dans la plage. Mesurer le nouveau temps de réponse et comparer au résultat attendu. Que se passe-t-il lorsque l'on augmente le gain du correcteur proportionnel intégral ? Justifier. En cas de problème, n'oubliez pas de jeter un coup d'œil en sortie du correcteur pour voir si les ordres donnés sont réellement pris en compte...

II. Contrôle du flux lumineux reçu par un photorécepteur.

L'objectif de cette expérience est de contrôler le flux obtenu au niveau d'un photorécepteur. Ce flux dépendra de l'éclairement ambiant (attention au 50 Hz des néons !) et du flux émis par une LED. Si cette expérience n'a pas un intérêt direct, elle permet de comprendre comment résoudre certains problèmes concrets comme le contrôle du flux émis par une diode laser.

II.1. Présentation du système.

Le système étudié se présente sous la forme suivante :



Le flux lumineux émis par la LED est contrôlé par le courant I_{led} . Ce courant est commandé par une tension au moyen d'un circuit électronique adapté (réalisé avec un transistor et des amplificateurs opérationnels, Cf annexe). L'objectif est d'avoir un courant suffisamment fort pour qu'un flux lumineux soit émis (mais pas trop car on risquerait alors de brûler le composant).

Le flux lumineux va être émis en direction de la photodiode. Cette dernière va convertir le flux lumineux en courant. Si on néglige le courant d'obscurité, on peut supposer que lorsque la photodiode est polarisée en inverse (ce qui est le cas ici), ce courant est proportionnel au flux lumineux reçu. On fera en sorte que la polarisation inverse soit assez forte (plus de 10V) afin que le temps de réponse du photorécepteur soit le plus rapide possible.

Le courant I_p sera converti en une tension V_{out} (plus facile à visualiser que I_p) au moyen d'un montage transconductance. Ce circuit réalise une simple conversion courant/tension, ainsi qu'un filtrage passe-bas des perturbations.

II.2. Méthode d'identification du système.

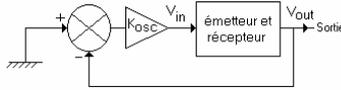
Dans le cas de cet exemple, on pourrait, comme pour la machine à courant continu, chercher à faire une identification de la boucle ouverte et en déduire un correcteur qui permettrait d'avoir la réponse désirée en boucle fermée. Cependant, dans le cas qui nous intéresse, il apparaît assez rapidement que l'ordre du système est au moins égal à 3 (à cause de la LED, des amplificateurs opérationnels, de la photodiode, de l'amplificateur de courant en sortie). Pour des systèmes d'ordre élevé, il n'est pas évident de déterminer précisément l'ordre auquel on peut se permettre de s'arrêter dans la modélisation (et donc dans l'identification).

Plutôt que de perdre son temps dans de fastidieuses et probablement infructueuses réflexions et expériences, on peut choisir d'adopter une méthode empirique, qui nous conduira directement à un correcteur satisfaisant (PI ou PID). Nous pouvons, par exemple, choisir la méthode de Ziegler Nichols, qui est adaptée à notre système

Méthode de Ziegler Nichols.

- Tout d'abord, on identifie la réponse du système dans des conditions particulières. On fait en sorte de fermer la boucle d'asservissement. Le signal récupéré sur la photodiode est injecté sur l'entrée «-» du comparateur et l'entrée «+» est mise à la masse. En sortie du comparateur, on place un simple correcteur

proportionnel de gain réglable. On règle ce gain jusqu'à la valeur K_{osc} pour laquelle on a apparition d'oscillations. On note alors K_{osc} , ainsi que T_{osc} , la période de ces oscillations.



• Ensuite, on déduit des valeurs obtenues, les paramètres caractéristiques du correcteur P.I. qui permet de trouver un bon compromis entre rapidité et stabilité : $K_c = 0,45.K_{osc}$ et $T_c = 0,83.T_{osc}$

rq : on rappelle que le correcteur P.I. a pour fonction de transfert

$$C(p) = K_c \cdot \left(1 + \frac{1}{T_c \cdot p} \right)$$

II.3. Travail expérimental.

• Positionnement du système :

Pour que cette expérience fonctionne correctement, il faut que le gain de la chaîne directe soit assez fort, et donc que l'émetteur et le récepteur soient assez proches l'un de l'autre. Placez le récepteur suffisamment proche de l'émetteur pour avoir un gain qui autorise des oscillations une fois la boucle fermée (de quelques mm à qq cm maximum). Pour choisir, on fera en sorte que la méthode de Ziegler Nichols conduise à des oscillations pour un gain de correcteur compris entre 1 et 10.

Si émetteur et récepteur sont trop éloignés, il devient impossible de rendre le système instable à cause des non linéarités. S'ils sont trop proches, les oscillations risquent d'apparaître trop facilement...

rq : on notera que les néons introduisent parfois une perturbation parasite à 100 Hz. Pour éviter ce problème on peut être contraint d'éteindre la lumière ou de cacher un minimum la zone entre émetteur et récepteur... Si émetteur et récepteur sont assez proches, le problème est souvent moins gênant.

• Préambule.

Relever, en continu, la tension récupérée en sortie du montage transconductance (borne V_{out}) en fonction de la tension qui commande le courant injecté dans la LED rouge (borne C1). En déduire la composante continue à appliquer sur V_1 .

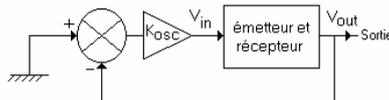
Ceci étant fait, on ne touche plus à V_1 et on applique une tension V_{in} destinée à moduler le signal (c'est par là qu'arrivera l'« information » par la suite). La plage définie précédemment nous indique la limite d'amplitude à ne pas dépasser pour moduler correctement. Compte tenu de la structure du système, on constate que le gain de la boucle ouverte est négatif. Pour avoir un gain positif, on ajoutera en sortie un étage inverseur à amplificateur opérationnel (prendre deux résistances de 10 kΩ environ, un TL081, son courage à deux mains, et câbler soi-même sur plaquette).

Pour la valeur de composante continue choisie, relever l'effet d'une lampe de poche sur le signal de sortie (on placera la lampe de poche afin qu'elle provoque une fluctuation d'une dizaine de % de la sortie et on notera cette position pour la suite).

• Exemple d'approche empirique : calcul d'un correcteur P.I. par la méthode de Ziegler-Nichols.

Grâce à cette méthode, nous pourrions calculer les coefficients d'un correcteur P.I. qui devra nous permettre de rendre l'intensité lumineuse reçue par la photodiode insensible (ou moins sensible...) aux perturbations extérieures (approche d'une lampe de poche, variation des caractéristiques de la LED avec la température...). Nous allons utiliser une méthode parmi d'autres, la méthode de Ziegler-Nichols. Cette méthode nécessite de fonctionner en deux temps

- Tout d'abord, on identifie la réponse du système en fermant la boucle d'asservissement avec un correcteur proportionnel de gain réglable et en appliquant en entrée (V_{in}) une tension nulle (pour l'ensemble comparateur/correcteur, Cf annexe ...).
- On part du gain le plus faible et on augmente jusqu'à la valeur K_{osc} pour laquelle on a apparition d'oscillations. On note alors K_{osc} , ainsi que T_{osc} , la période de ces oscillations.



- On en déduit les valeurs des paramètres caractéristiques du correcteur P.I. par les relations suivantes : $K_c = 0,45.K_{osc}$ et $T_c = 0,83.T_{osc}$

• Mise en œuvre du correcteur identifié.

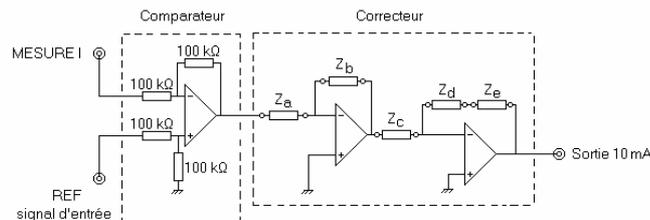
On réalise la boucle et dans un premier temps, on se contente d'une consigne continue. Si le système est bien sans erreur statique, quelle plage de tension peut on envisager en entrée ? On applique alors une tension d'entrée qui satisfait à cette remarque et on observe ce qui se passe lorsque l'on place une lampe de poche comme à la question du préambule. Qu'observe-t-on lorsque l'on regarde l'intensité lumineuse délivrée par la LED ? Que

s'est-il passé lors de l'application de la perturbation (surintensité lumineuse) ? Si la perturbation devient trop importante, expliquer pourquoi le système ne suit plus. S'agit-il d'un problème linéaire ?

On fait maintenant en sorte d'appliquer un signal continu auquel on superpose un créneau (on doit toujours faire attention à la plage d'amplitude dans laquelle se situe l'ensemble). Relever le temps de passage à 90% (pour ça, on devra choisir une fréquence de créneaux adaptée). Que se passe-t-il, en terme de rapidité et de stabilité quand on augmente le gain K_c au-delà de ce qui a été défini par Ziegler-Nichols ?

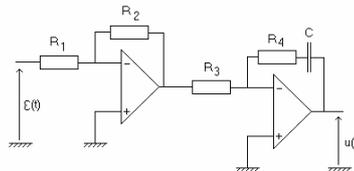
Annexe I : structure du boîtier comparateur/correcteur

- L'ensemble permettant de réaliser le comparateur présente la structure suivante :



Le comparateur est un simple soustracteur à amplificateur opérationnel. L'étage correcteur comprend deux étages inverseurs en cascade. Le gain de l'ensemble est donc positif quand chacun d'eux est utilisé.

- Pour réaliser un correcteur proportionnel intégral on réalisera le circuit suivant



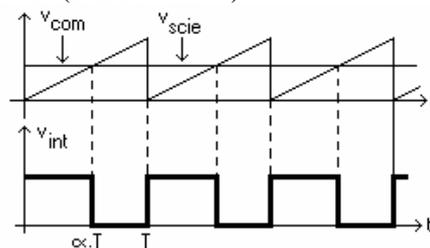
Son gain est

$$C(p) = \left(\frac{R_2 \cdot R_4}{R_1 \cdot R_3} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{R_4 \cdot C \cdot p} \right) = K_c \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_c \cdot p} \right)$$

Annexe II : modélisation du hacheur et du moteur à courant continu.

Le hacheur et sa commande.

Pour obtenir le rapport cyclique α , on compare la tension d'entrée (v_{com} = tension de commande) à un signal en dents de scie (v_{scie}) généré par la partie commande du hacheur. Le fruit de la comparaison est le signal de commande (v_{int}) envoyé sur les transistors (IGBT ou MOS).



Si la dent de scie est de pente λ , alors on a

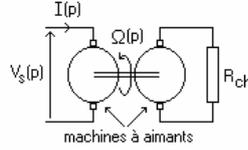
$$\lambda \cdot \alpha \cdot T = v_{com} \quad \text{soit} \quad \alpha = \frac{v_{com}}{\lambda \cdot T}$$

Si le système est correctement filtré, la tension continue (ou lentement variable au rythme de α) obtenue en sortie du hacheur, et donc en entrée du moteur à courant continu vaut $\alpha \cdot E$. On a donc globalement un gain scalaire entre V_{com} et la tension en entrée du moteur.

rq : on remarque qu'en fait, les choses ne sont pas si simples. Si on applique un échelon sur V_{com} , on constate qu'il y aura un retard compris entre 0 et T, avant que le système ne prenne en compte la variation. Cependant, si la période de hachage est assez faible, ce retard sera négligeable ce qui se vérifiera très bien dans notre cas.

Le moteur à courant continu et sa charge mécanique.

Nous travaillons sur des machines à aimants (on ne contrôle pas le flux d'excitation). Nous allons supposer que l'induit de la machine est de résistance R , d'inductance L et que sa f.e.m. à vide E_v est donnée par la relation $E_v = K \cdot \Omega$, si Ω est la vitesse de rotation. Nous supposons que l'ensemble fixé à l'arbre de la machine est de moment d'inertie J et que le moment du couple de frottement est $C_f = f \cdot \Omega$ (frottement visqueux).



rq: le banc de machine utilisé a des frottements secs importants ce qui conduit à un couple de frottements de forme $C = C_0 + f \cdot \Omega$. Cependant si la machine est chargée par une génératrice, on verra que le couple résistant appliqué par cette dernière est un couple de forme $C_r = K' \cdot \Omega$ ce qui permet de dire que le couple qui s'oppose au couple moteur a un moment pratiquement proportionnel à Ω . On détaille ce terme un peu plus loin.

Le modèle va permettre d'écrire les relations suivantes

• Equation électrique:
$$V_s(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + K \cdot \Omega(t)$$

soit en variable de Laplace
$$V_s(p) = R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p) + K \cdot \Omega(p)$$

d'où
$$I(p) = \frac{1}{L \cdot p + R} \cdot [V_s(p) - K \cdot \Omega(p)]$$

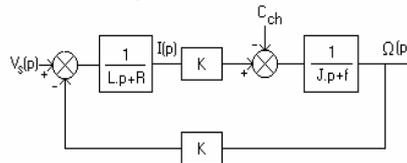
• Equation mécanique:
$$J \cdot \frac{d\Omega(t)}{dt} = K \cdot i(t) - f \cdot \Omega(t) - C_{ch}(t)$$

soit en variable de Laplace
$$J \cdot p \cdot \Omega(p) = K \cdot I(p) - f \cdot \Omega(p) - C_{ch}(p)$$

ce qui permet d'écrire que
$$\Omega(p) = \frac{1}{J \cdot p + f} \cdot [K \cdot I(p) - C_{ch}(p)]$$

rq: $C_{ch}(t)$ est le moment du couple de charge

• Schéma bloc : on peut représenter le moteur par le schéma suivant:



• Couple de charge : Si on suppose que la charge mécanique de notre moteur est une génératrice à courant continu débitant sur une charge R_{ch} , alors on peut dire que

$$C_{ch} = K \cdot I_{ch} = K \cdot \frac{E}{R_{ch}} = \frac{K^2}{R_{ch}} \cdot \Omega \quad \text{soit} \quad C_{ch} = \frac{K^2}{R_{ch}} \cdot \Omega = K' \cdot \Omega$$

C'est en jouant sur R_{ch} que l'on va modifier le couple résistant. En augmentant R_{ch} , on diminue ce couple alors qu'on l'augmente en diminuant R_{ch} .

• Fonction de transfert tension-vitesse:

Par calcul, on a

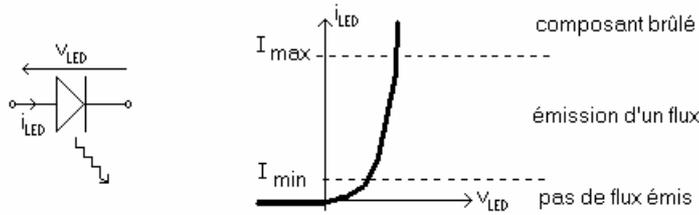
$$T_{\Omega}(p) = \frac{\Omega(p)}{V_s(p)} = \frac{K_m}{1 + (T_{em} + \mu \cdot T_e) \cdot p + T_e \cdot T_{em} \cdot p^2}$$

avec $K_m = \frac{K}{K^2 + R \cdot (f + K')}$, $\mu = \frac{R \cdot (f + K')}{K^2 + R \cdot (f + K')}$, $T_e = \frac{L}{R}$, $T_{em} = \frac{R \cdot J}{K^2 + R \cdot (f + K')}$

Cette fonction correspond à un comportement de type second ordre. Elle peut être simplifiée en faisant certaines hypothèses sur la machine employée.

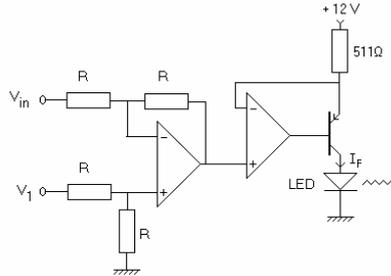
Annexe III : structure du convertisseur tension/courant alimentant la LED.

Pour comprendre la nécessité d'agir sur le courant dans la LED, on doit avoir en tête la caractéristique suivante :



Pour moduler le flux émis par une LED, il faut donc injecter une composante continue de courant comprise entre I_{min} et I_{max} à laquelle on va ajouter une petite fluctuation, suffisamment faible pour rester dans cette plage de courant.

Pour atteindre ce résultat, on utilise un circuit qui présente la structure suivante :

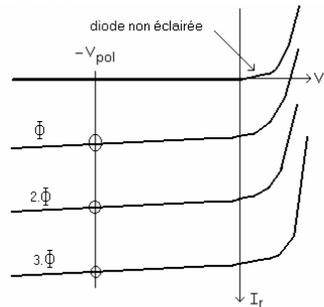


La tension V_1 est continue et permet de polariser correctement la LED. La tension V_{in} est une composante variable qui permet de moduler le faisceau. La polarisation de la LED se fait par l'intermédiaire d'une tension de polarisation V_o de 12V à travers une résistance R_o de 511Ω. Avec ce système, on injecte, dans la LED un courant I_F , tel que

$$I_F = \frac{V_o - (V_1 - \tilde{V}_{in})}{R_o}$$

Annexe IV : caractéristique statique et dynamique de la photodiode.

Compte tenu de la structure du montage transconductance, la photodiode est directement polarisée sous la tension $-V_{pol}$. Sur la figure suivante, on a représenté la caractéristique courant en fonction de la tension de la photodiode, pour différents flux lumineux reçus. En la polarisant en inverse on se retrouve donc sur des points de fonctionnement du type de ceux qui sont entourés.

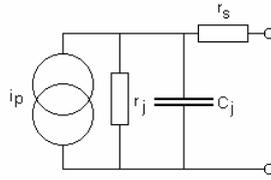


Dans ce cas, le courant inverse I_p dans la photodiode peut s'écrire, pour des éclaircements suffisants

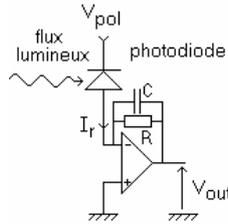
$$i_p = I_{obs} + K \cdot \Phi \approx K \cdot \Phi$$

I_{obs} s'appelle courant d'obscurité (courant quand ϕ est nul) et ϕ représente la puissance optique reçue. En statique, on peut donc dire que le courant dans la photodiode est pratiquement proportionnel à la puissance lumineuse reçue.

Sur le plan dynamique, la photodiode peut être représentée de la façon suivante :



En pratique, on peut considérer que r_j est pratiquement infinie et que r_s est très faible. C_j est la capacité de jonction (elle est d'autant plus faible que la jonction est polarisée en inverse). Dans ce cas, l'ensemble photodiode + montage transconductance peut être représenté, pour ce qui concerne les variations par une fonction de transfert d'ordre 2.

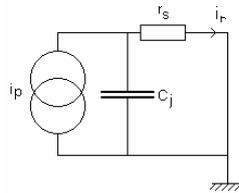


Pour comprendre ce point, on peut procéder de la façon suivante :

Le courant i_r qui sort de la photodiode conduit à la tension V_{out} par l'intermédiaire d'une fonction de transfert telle que

$$v_{out}(p) = \frac{-R}{1 + R.C.p} \cdot i_r(p)$$

Ce courant i_r résulte du courant i_p résultant du flux lumineux incident. Compte tenu de la structure du montage transconductance, pour trouver la relation entre i_p et i_r , on peut raisonner, en régime variable, à partir du schéma suivant :



on a alors

$$i_r(p) = i_p(p) \cdot \frac{1}{1 + r_s \cdot C_j \cdot p}$$

Globalement, on a donc

$$v_{out}(p) = \frac{-R}{1 + R.C.p} \cdot \frac{1}{1 + r_s \cdot C_j \cdot p} \cdot i_p(p)$$

C'est une réponse de type passe bas du second ordre.