MP29 - Ondes : propagation et conditions aux limites

Clément (de la Salle et Colléaux)

15 avril 2020

Niveau : L3

Bibliographie

- ✍ **Jolidon** — p515 pour l'autre méthode de détermination de c
- ✍ *Optique*, **Taillet** — cha 8.1 et 8.2
- ✍ **Quaranta I** et **V**
- ✍ *Ondes EM*, **Garing** — exo guide d'onde
- ✍ H-Prépa Ondes MP-PC-PSI
- ✍ Cap Prépa PSI

Prérequis

➢

Expériences

- ☕ Vitesse du son
- ☕ RdD guide d'onde
- ☕ Corde de Melde

Table des matières

Introduction

1 Propagation libre

✍ *LC25*

But

Mesurer la vitesse du son dans l'air

Dans l'air équation de d'Alembert donc relation de dispersion $\omega = ck$ donc $c = \lambda\nu$, c'est ce qu'on utilise pour mesurer c

Expérience : Mesure de la vitesse d'ondes ultrasonores

✍ Jolidon, LP25 ⏲ ?

✍ *LC25* notamment pour la théorie

— les émetteurs piézo ont une fréquence nominale de fonctionnement à 40 kHz à vérifier au fréquencemètre

— bien penser à mesurer 10 λ

Autre possibilité

Cette méthode ne permet pas de faire de régression linéaire, ce qui est dommage. Il existe une autre méthode pour calculer $v = {}^{\Delta d}/_{\Delta t}$ présente dans ✍ *Jolidon, p.515* . Elle permet de faire une régression mais elle soulève le question de comment mesurer le Δt à l'oscillo.

2 Propagation guidée

✍ *MP14*
✍ *Taillet Optique, chap 8.1 8.2*
✍ *H-Prépa Ondes, p.229*
✍ *Quaranta V, p.382*
✍ *Garing, exo 3.5*
✍ *Hyperfréquences*

ATTENTION C'EST PAS DES ONDES PLANES

L'amplitude de l'onde dépend des 3 coordonnées donc c'est pas une onde plane ! Donc strictement, il faudrait pas écrire k qui peut laisser croire à une onde plane mais β ! Notons que j'ai la flemme de changer.

On va étudier ensuite la propagation d'ondes avec conditions aux limites, la propagation guidée par un guide d'onde. Les ondes étudiées seront des ondes centimétriques.
Ces ondes centimétriques sont produites dans un banc dit banc hyperfréquences (les ondes centimétriques

ont une fréquence entre 300 MHz et 300 GHz). Ce banc est à la fois producteur de telles ondes et guide d'onde.

Pour un guide d'onde rectangulaire de dimensions tranverses a et b, la relation de dispersion pour un mode $\mathrm{TE}_{n,m}$ est :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2$$

(démo dans le ✍ *H-Prépa* , en gros on prend $E = X(x)Y(y)Z(z)\exp j\omega t$ on applique d'Alembert et applique les CL sur X et Y). Le guide agit alors comme un filtre passe haut de fréquence de coupure dépendant du mode

$$\omega_{n,m}^2 = \left(\frac{n\pi c}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi c}{b}\right)^2$$

Pour le banc ici monté (dont on ne détaillera que les parties qui nous intéressent, pour le reste voir la notice du banc), les dimensions sont $a = 2.3$ cm et $b = 1$ cm ce qui donne notamment

$$f_{10} = 6,5\ \text{GHz}, \qquad f_{01} = 15,0\ \text{GHz}, \qquad f_{11} = 16,4\ \text{GHz}, \qquad f_{20} = 13,0\ \text{GHz}, \ldots$$

FIGURE 2.1 – **Fréquences de coupure de modes $\mathbf{TE}_{n,m}$**

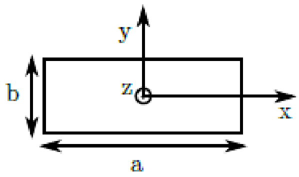

FIGURE 2.2 – **Tronche du guide d'onde émetteur**

Aux fréquences de travail entre 8.5 et 9.5 Ghz le guide d'onde est donc monomode, seul le mode $TE_{1,0}$ existe.

Pour le mode $TE_{1,0}$, la relation de dispersion devient :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$$

qui peut se mettre sous la forme

$$f^2 = \frac{c^2}{\lambda^2} + \frac{c^2}{4a^2} \tag{2.1}$$

But

Vérifier la relation de dispersion d'un guide d'onde

Expérience : Vérification de la relation de dispersion

✍ notice du banc ⏲ ?

- On mesure f à l'ondemètre (cf notice) et λ à la ligne de mesure (La pièce de métal en bout de guide confine l'onde dans la longueur, donnant naissance à une onde stationnaire. On peut alors obtenir la longueur d'onde à partir de la distance entre deux noeuds (ou ventres) consécutifs)
- En préparation, mesurer f et λ pour plusieurs fréquences (entre 8.5 et 9.5 GHz, ce qui reste inféreur à 15 GHz pour garder uniquement le mode $TE_{0,1}$)
- Devant le jury refaire une mesure en expliquant bien
- Tracer $f^2(1/\lambda^2)$ et modéliser par une fonction affine.
- On peut en tirer c et a à comparer à la valeur donnée dans ✍ *Hyperfréquences*

On vient de voir un effet des CL : la modification de la relation de dispersion. Voyons maintenant les ondes stationnaires

3 Ondes stationnaires

✍ *Quaranta I, p.259*
✍ *Cap Prépa, p569*
✍ *LP48*

Corde de Melde ou Rapport d'Ondes Stationnaires (ROS) du banc hyperfréquence. person je préfère Melde, ça permet de varier le système étudié et d'avoir des CL transversales et longitudinales.

Corde simple :
CL en 0 et L : $y(0,t) = y(L,t) = 0$

quantification des fréquences : $f_n = n\ \frac{c}{2L}$

Corde de Melde (avec forçage) :
CL changées en 0 et L : $y(0,t) = 0$ et $y(L,t) = a\cos\omega t$
L'amplitude diverge quand la fréquence d'excitation est égale à une fréquence propre : résonance.
On explique bien qu'on a ici une onde stationnaire née de la réflexion de l'onde du vibreur sur la CL du noœud en $x = 0$.

But

Vérifier la formule donnant les fréquences de résonnance

Expérience : Vérification des fréquences de résonance

✍ Quaranta I p.259, Cap Prépa p.569 ⏲ ?

- Choisir une corde P99 (la plus homogène possible) mesurer la longueur et sa masse
- Installer la avec potence, poulie et masse
- En préparation, mesurer la fréquence de résonance (au stroboscope ou au fréquencemètre ?) pour plusieurs modes en s'en gardant un facile pour devant le jury
- Faire une mesure devant le jury en détaillant le protocole (même si il est assez léger)
- Tracer $f_n(n)$ et modéliser par une fonction affine et vérifier la modélisation linéaire.
- On peut en profiter pour remonter à la vitesse de propagation de l'onde qui a donné naissance à l'onde stationnaire mais c'est pas le but.